

4. 地震P R A手法に用いる斜面崩壊後のリスク評価手法の検討

4.1 斜面崩壊後のリスク評価における考え方の整理

4.1.1 はじめに

地震時に斜面崩壊が生じ周辺の施設に好ましくない影響を与えることがある。その影響を適切に評価し必要に応じて対策を講じることは工学上の重要なテーマであり、多くの検討が行われてきた。原子力発電所のような重要な構造物の周辺にも斜面が存在する場合があります。その地震時安定性は重要な評価項目の一つとなっている。近年では基準地震動に対する安全性の照査だけではなく、地震時に斜面崩壊や落石が生じた場合に重要構造物やアクセス道路などへ与える影響についても評価することが求められる方向にある。こうした崩壊や落石に対する解析手法としてSPH法、MPM法、MPS法などの粒子法が注目されており、特に落石に対しては個別要素法（DEM）を用いた多くの検討がある。

付録 A の影響評価の手順（案）に示しているように斜面崩壊が対象構造物へ与える影響評価について、以下の3ステップに分けて考える。

- (1)崩壊領域の評価
- (2)斜面と岩塊のモデル化と崩壊解析
- (3)対象構造物へのハザード評価

(1)に対しては有限要素法をはじめとして様々な方法があるが、一例としてMPS法を用いた解析例を示す。(2)についてはDEMを用いた方法が中心となることが予想されるが本報告書ではより簡易に行う方法として質点系解析の事例を示す。(3)についてはDEMや質点解析などなんらかの方法で斜面崩壊による落石岩塊の到達位置分布が与えられた場合を対象として、その確率分布を評価し、想定した構造物への衝突確率を評価する方法の構築を試みた検討について報告する。その方法に基づき仮想の原子力発電施設を対象として、一通りの数値解析事例を示す。別途DEM用いて行われた斜面崩壊挙動の評価結果に基づき、仮想施設に対するハザードの評価を実施し、評価事例としてまとめる。

4.1.2 斜面崩壊の影響評価に関する考え方

1) 想定される事故シナリオ

地震時の斜面の変状により原子力発電施設や AM に重要な影響を与えるシナリオをすべて適切に考慮する必要がある。本報告書では斜面崩壊後、崩壊した土塊や岩塊および土砂の挙動に起因するリスクを評価するため、原子力発電施設に対して想定される事故シナリオを整理する。わが国の原子力発電所は、多量の冷却水を取得する必要性から海岸部に立地することが多く、周辺に斜面が近接して立地する場合がある。このような原子力発電所では、地震動による周辺斜面の崩壊および建屋等への岩塊の衝突による二次的被害が懸念される。原子力発電所の地震による残余のリスクがどの程度か把握するには、あらゆる事故シナリオを考慮する必要がある。原子力発電所周辺に斜面を有するサイトでは、斜面崩壊による事故シナリオを考慮することが重要となる。

原子力発電所を対象とした地震時の斜面崩壊の事故シナリオの概要を図 2.1-1 に示す。事故シナリオとしては、地震動により斜面が崩壊し、斜面を構成していた岩塊が転動し、原子炉建屋や屋外の重要機器や設備に衝突する。そして、建屋内機器や屋外機器が損傷して施設の安全機能が喪失することが想定される。また、斜面の変状により、送電鉄塔が倒壊する、あるいは AM 対策用のアクセスルートが使用不能になる、斜面上の給水自動車、電源車などの AM 機器・施設などへの影響なども考えられる。事故シナリオの例をいくつか以下に示す。

- 例1 崩壊した岩塊の衝突により屋外変電施設が損傷し外部電源が喪失
- 例2 斜面上やのり先の送電鉄塔が倒壊し外部電源が喪失
- 例3 大量の岩塊、土砂が取水ピットを埋めることによる冷却水の取水機能喪失
- 例4 斜面の変状により AM 対策用のアクセスルートが不通、AM を阻害

図 2.1-2 に事故の進展シナリオを示す。考慮する損傷部位や損傷モードは以下のとおりである。

- 損傷部位
 - 斜面下部：主に原子炉建屋周辺の重要施設や設備に影響、AM 施設
 - 斜面上部：電源車、給水車、アクセス道路等、主に AM 施設に影響
- 損傷モード
 - 変形（転動、流動） → 斜面下部：衝突、埋没
斜面中部：沈下や基礎の崩壊、変形
- その他留意点：複数機器・設備の同時損傷
 - マルチハザード（地震と斜面崩壊、大雨と斜面崩壊などのシナリオ）

さらに、図 2.1-3 に斜面崩壊シーケンスを構成する損傷モードの例を示す。しかし、これらの図は一案としてまとめたもので、今後さらなる議論を要する。

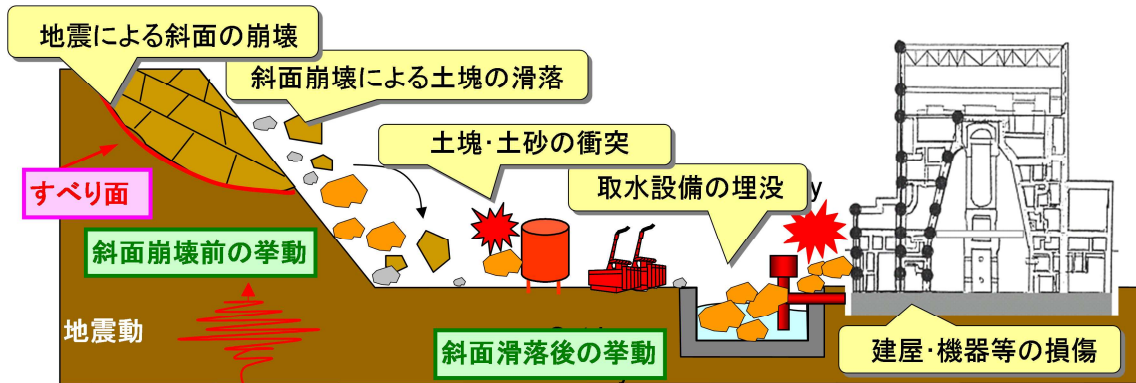


図 2.1-1 地震時の斜面崩壊の事故シナリオの概要

(基礎地盤及び斜面の安定性に係る設計・リスク評価手引きき, 独立行政法人原子力安全基盤機構, JNES-RE-2013-2037, 2014.2 より)

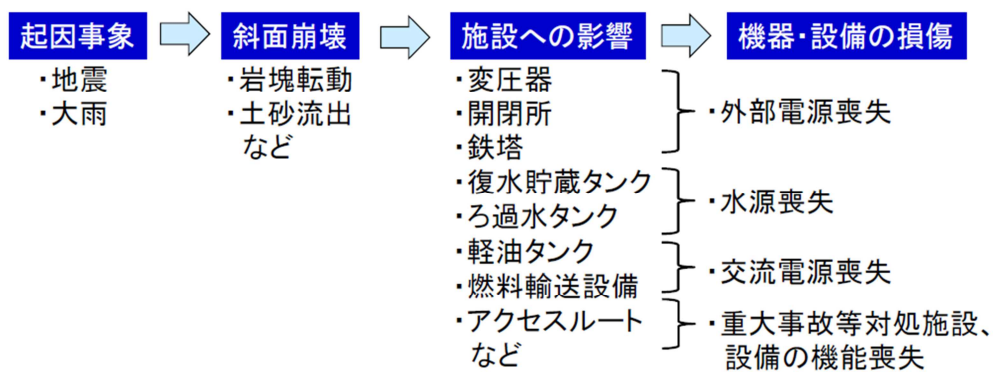


図 2.1-2 事象の階層化と事故進展のシナリオ

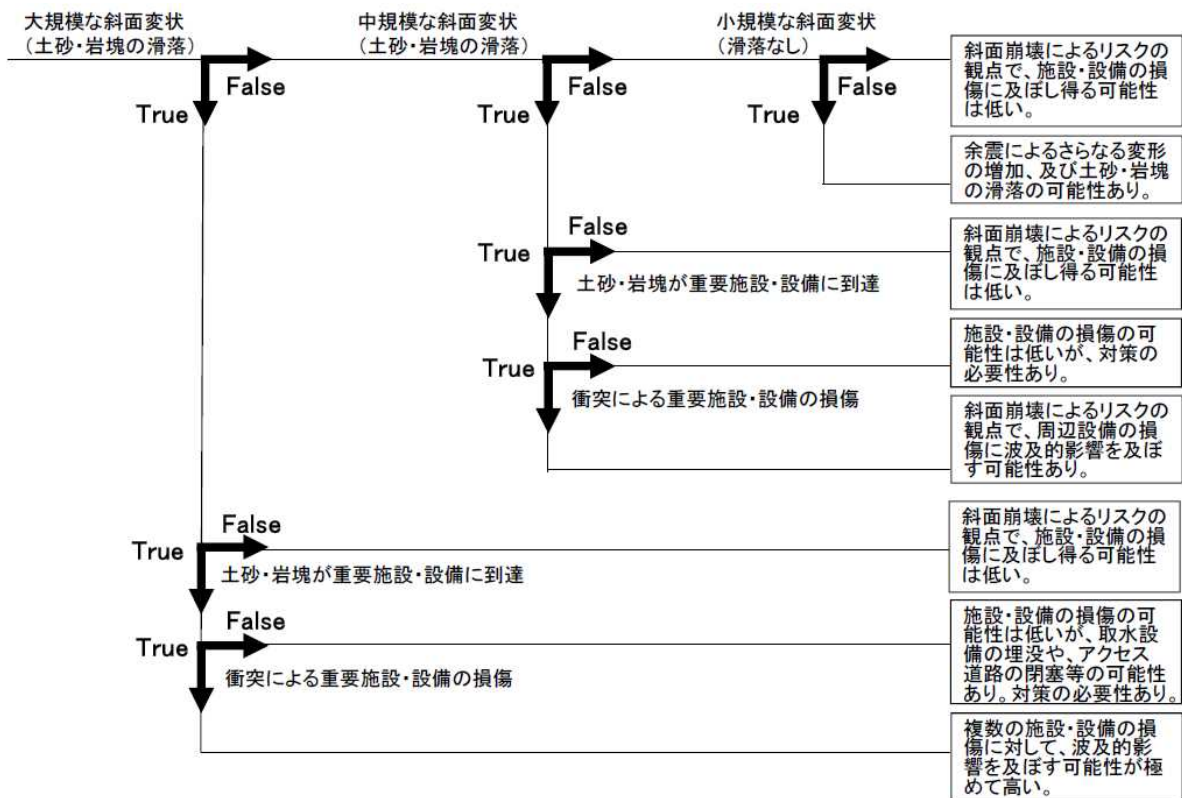


図 2.1-3 斜面崩壊シーケンスを構成する損傷モードの例

2) 影響評価のための全体フロー

斜面崩壊による岩塊の衝突により建屋や屋外変電施設などに与える影響について、評価するためのフローを手順書案として巻末に示す。実験等により十分に検証された粒子法等により振動解析から崩壊解析までを一括して行う方法が理想的であるが、現状ではまだ課題も多いため、以下の3ステップに分け、現状の評価方法も援用した評価手順を示した。本手順書（案）では、崩壊領域評価と崩壊挙動評価を分け、後者についてはDEMを想定して手順を示しているが、手順の中で示されている実験を再現できる適切な方法であれば、粒子法等の他の方法を用いてもよい。

- 1) 崩壊領域の評価
- 2) 斜面と岩塊のモデル化と崩壊解析
- 3) 対象構造物へのハザード評価

それぞれの詳細については手順書（案）として、本報告書の付録Aとして示す。

4.1.2. 斜面崩壊の影響評価のための手法

1) 崩壊領域の推定手法

有限要素法や粒子法による地震時の応答解析により崩壊領域を推定する。原子力発電所の基礎地盤や周辺斜面の安全性評価で広く行われている等価線形化法による 2 次元動的有限要素法による方法で推定してもよい。現状の地盤安定性検討手法では大きめにすべり線の評価する可能性があり、強度のモデル化の見直し（低拘束圧の特性、引張強度）が必要である。また、非円弧すべりや逐次非線形解析による崩壊領域の設定が将来的には好ましい。また、崩壊領域のばらつきも考慮する必要があるが、破壊現象がどの程度再現性があるのかも不明瞭なので今後の実験が望まれる。さらに、3次元解析による崩壊領域評価も将来課題であろう。

一例として MPS 法を用いた崩壊領域評価の例を示す。波動伝播から破壊現象までを一貫して解析できる地震応答解析手法として MPS 法(Moving Particle Semi-implicit あるいは Simulation)がある¹⁾。MPS 法ではひずみ分布の表現として、変位の微分を直接は用いずに変位分布の差分を用いて支配方程式を満たすように定式化している。そのため結果的に DEM(Discrete Element Method)を拡張したような定式化となっている。SPH 法(Smoothed Particle Hydrodynamics)法と MPS 法は粒子法ということで似たような方法と考えられる場合が多いが、相当に特性の異なる方法であろう。どちらかという SPH 法は FEM(Finite Element Method)に、MPS 法は DEM に近い。MPS 法では定式化においてひずみ分布を直接用いていないため、ひび割れなどの不連続の扱いが容易であり、地盤材料に向けた解析手法であると期待している。報告書では北爪ら²⁾や大津ら³⁾によって行われた斜面の遠心場振動実験の再現解析を対象に MPS 法を用いて行った例を紹介する。

a) 斜面の遠心場振動実験²⁾³⁾の概要

泥岩切土斜面及び砂質盛土斜面を想定した模型の遠心場振動実験が実施され報告されており²⁾³⁾、本報告では泥岩切土斜面モデルを対象にその再現解析を試みる。材料としてセメント改良土を用い、これらを内寸幅 200×高さ 65×奥行 34cm のスチール製の土槽内に流し込んで模型を作成している。図 3.1-1 に示すように斜面高さ 500mm (50g 遠心力場における実規模換算では 25m)、法面勾配 1 : 0.5 である。主な物性値として、湿潤密度 15.8kN/m³、ピーク強度 $c_p=143.3\text{kN/m}^2$ 、 $\phi_p=5.9^\circ$ 、残留強度 $c_r=103.1\text{kN/m}^2$ 、 $\phi_r=5.9^\circ$ 、引張強度 $\sigma_f=77.9\text{kN/m}^2$ 、弾性係数 $E_0=389000+430\cdot P\text{ kN/m}^2$ (P :土被り圧)、ポアソン比は 0.466 と報告されている。入力加速度波形は図 3.1-2 に示すような主要動部が 60Hz(実規模換算で 1.2Hz)、20 波の正弦波とした。入力加速度の最大振幅は実規模換算で 20, 40, 100, 200, 300, 400, 500, 600Gal とし、順番に振幅を大きくして加振した。ほぼ同様の条件で 2 回実験が行われているが、1 回は 400gal、もう 1 回は 600gal で崩壊している。しかし、振動台実験では必ずしも入力した最大加速度が実現されるわけではなく、

振動台で計測された最大加速度は両者とも 500gal 程度であった。すべり面形状には 3 次元性はあまり認められず、ほぼ 2 次元の円弧状であった。

b) MPS 法による振動実験の再現解析

MPS 法では変形性能に関してはそのまま直接入力パラメタとすることができるが、強度パラメタに関しては DEM と同様に要素試験を再現できるように試行錯誤により決める必要がある。実施されている三軸圧縮試験をおおよそ再現できるように試行錯誤によって入力パラメタを定めた後、振幅 300gal から順次振幅を増加させて遠心場振動実験の再現解析を行った。300gal に対する応答計算では多少の残留ひずみが生じたものの、ほぼ弾性に近い挙動を示しており、残留変位はさほど大きくはなかった。

300gal に対する応答計算の結果を引き継いで 400gal 加振を行った計算結果について図 3.1-3 に示す。図には 6,7,10,18 秒時の最大せん断ひずみ分布を示しており、最初は法尻部分ならびに深い領域全体にせん断ひずみが生じ、その後、いくつかのひずみが集中する線（滑り線候補）が見られた。深い大きな滑り線よりも浅い滑り線における残留ひずみの集中が徐々に明確になってきている様子がわかる。18 秒時の図は 400gal 加振後の残留ひずみ分布とほぼ等しく、浅い滑り線候補が顕著となっている。残留変位も生じており斜面が全体的にせり出しているが法尻の変位が一番大きい。この計算結果を引き継いで振幅 500gal で加振を行った結果を図 3.1-4 に示す⁴⁾。図には実験で得られた滑り線もあわせて示した。残留ひずみが集中している線に沿って崩壊が生じており、実験で見られた滑り線ともほぼ一致している。

参考文献

- 1) 吉田郁政：MPS 法を用いた地盤構造物の地震時破壊挙動解析のための基礎検討，土木学会論文集 A2, Vol.67, No.1, pp.93-104, 2011.8,
- 2) 北爪ら，軟岩斜面の地震時安定性に関する遠心場振動実験，第 40 回地盤工学研究発表会，G-08, pp.2281-2282, 2005.,
- 3) 大津ら：斜面の地震時安定性に関する遠心場振動実験，土木学会第 61 回年次学術講演会概要集, 3-188, pp.371-372, 2006.

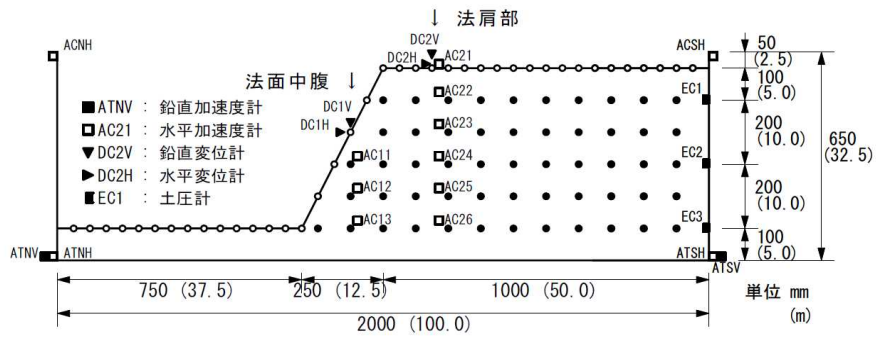


図 3.1-1 実験の斜面模型形状³⁾

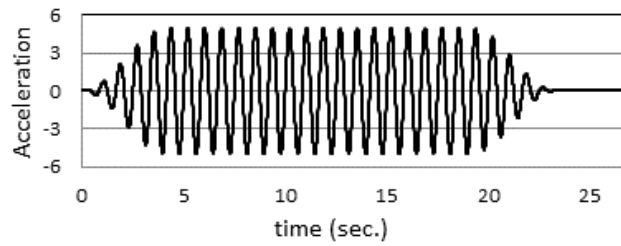


図 3.1-2 入力とした正弦波

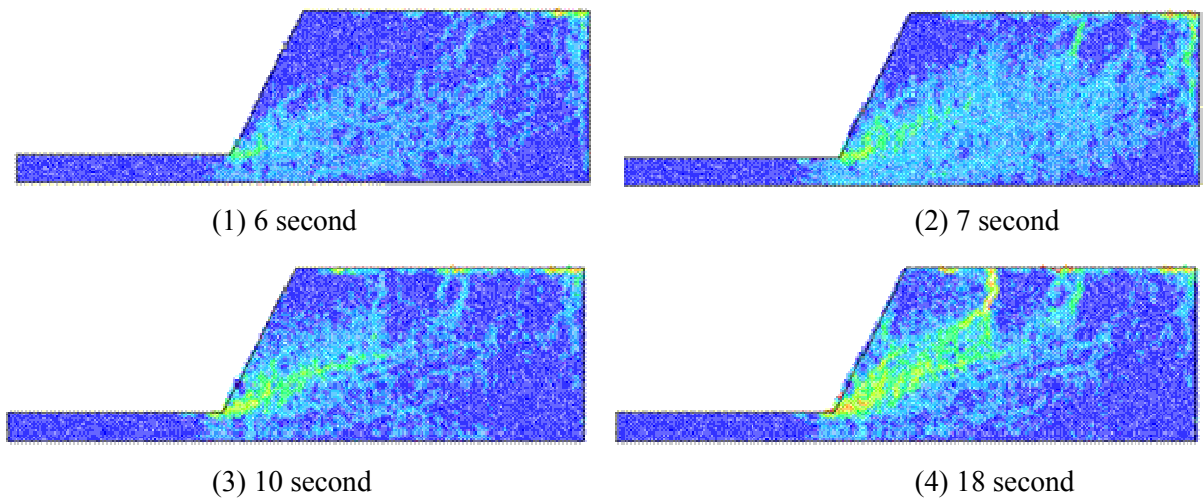


図 3.1-3 最大せん断ひずみの蓄積の様子 400gal 加振時

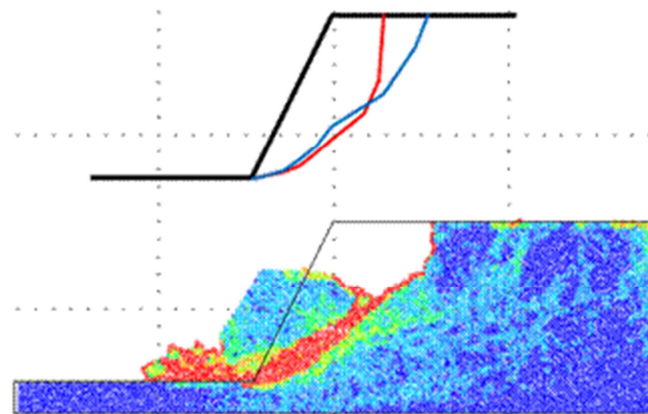


図 3.1-4 実験によるすべり線と MPS によるすべり線

4.1.3 岩塊の到達位置の推定手法

安全性評価においては3次元のDEM, MPS法, 質点法などを用いて岩塊の到達位置を推定し, それに基づいて岩塊の衝突確率やハザードを算定することとなる. DEM等の適用性については別途検討するとして, 本節では栃木ら(電力中央研究所)によって行われた岩塊の崩落実験^{1),2)}についての質点法による再現解析について報告する.

1) 岩塊の崩落実験の概要^{1),2)}

栃木ら(電力中央研究所)で行われた実験結果についてその概要に示す. 斜面崩壊後の岩塊の飛散分布特性を把握するため岩塊の崩落実験が実施された. 20-30mmと40-80mmの2種類のサイズの塊状岩塊について, 単一岩塊の落下と岩塊群の崩落を行った結果の概要を示す. 実験に用いた20-30mmおよび40-80mmの岩塊はZinggの方法による形状分類を実施し, 岩塊の長辺長 a , 中間長 b および短辺長 c ($a>b>c$ の関係)の寸法比として定められる扁平率 c/b と細長率 b/a の大小により塊状を選定した. 図3.2-1に示す実験装置を用いて, 単一岩塊の落下実験と岩塊群(崩落量10kg, 50kg)の崩落実験が実施された.

単一岩塊の落下実験では, 20-30mmと40-80mmの岩塊の中からそれぞれ代表300個を抽出し, ひとつずつ落下させたときの到達位置を記録している. 岩塊は, ひとつ落下させた後にその岩塊を平板上から取り除いてから次の岩塊を落下させている. 落下方法は, 図3.2-1(1)の斜面中央の法肩手前に岩塊の長辺が斜面傾斜方向に向くようセットし, 指で少しずつ押し出して落下させる. 岩塊は, 数cm滑動したところで回転し始め, 法尻まで滑動するケースはほとんどなかった. 岩塊群の崩落実験では, 図3.2-1(2)(3)のように所定の量を箱に入れ, 図中に示す蓋を瞬時に開放することにより崩落させて岩塊群の到達位置を記録している.

本報告書では表3.2-1に示す4ケースを対象とする. ケース1aと1bは40-80mmの塊状岩塊の個別と同時落下(50kg), ケース2aと2bは20-30mmの塊状岩塊の個別と同時落下(10kg)の実験である. 使用する岩塊量(重量)の記録はあるものの, 崩落させた岩塊の個数のデータは残っていない. そこで, 実験終了後の写真から岩塊個数を数えた結果を表3.2-1に示している.

これら4ケースについての岩塊の到達位置の分布を図3.2-2に示す. また, X,Y方向への累積分布を図3.2-3に示す. ケース1aと2aあるいは1bと2bでは到達位置の分布に大きな差は見られない. つまり, 個別落下, 同時落下ともに岩塊の大きさの影響は小さい. 一方, 個別落下と同時落下の違いの影響について注目すると, 40-80mm, 20-30mmともに個別に落下させた方が遠くまで到達している. 同時に落下させた場合は斜面の直下に集中して分布しており, 一部重なっている. これらの傾向は岩塊同士の相互作用によって解釈できると考えている. 同時に落下させる場合は, 落下中の岩塊同士の衝突や既に停止している岩塊への衝突によりエネルギーが消散される. そのため, 単独に落下

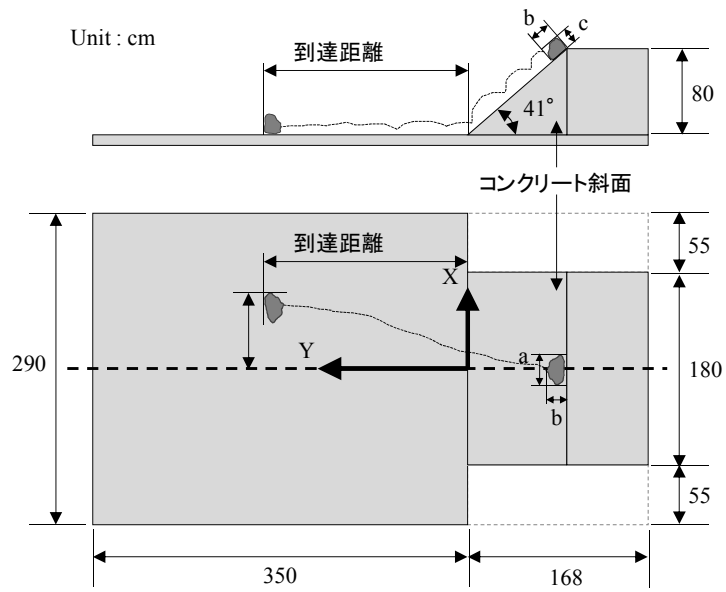
させる場合に比べて遠くまで移動せずに斜面直下に多く堆積していると解釈できる。実験や到達位置分布の詳細については栃木の論文^{1),2)}を参照されたい。

参考文献

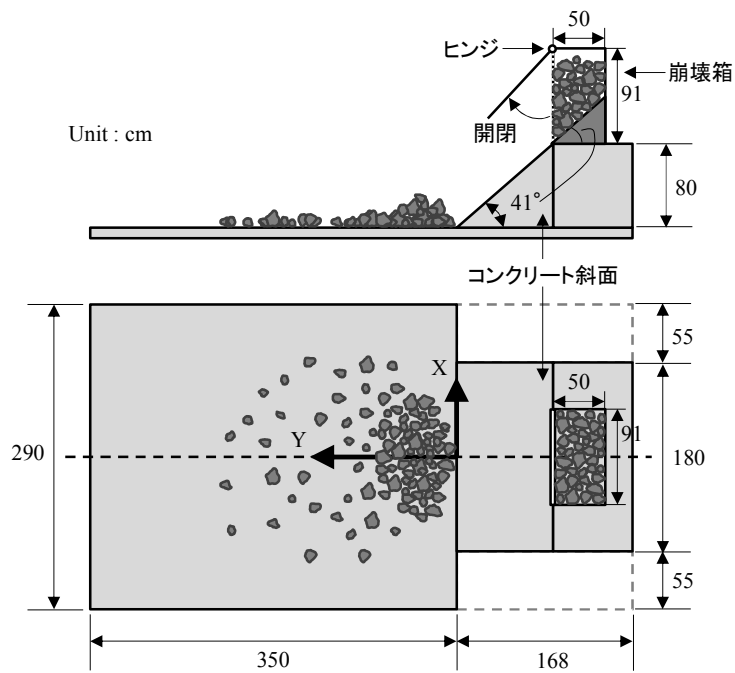
- 1) 栃木均：地震時崩落岩塊の到達距離に関する影響要因の検討-斜面崩壊を想定した振動台実験と二次元個別要素法解析による影響予測手法の開発，電力中央研究所報告, N08084, 2009.
- 2) 栃木均：地震時崩落岩塊の到達距離に及ぼす岩塊の大きさと形状の影響，電力中央研究所報告, N09021, 2010.

表 3.2-1 実験結果のケース

| ケース | 1a | 1b | 2a | 2b |
|------|---------|---------|---------|------------|
| 大きさ | 40-80mm | | 20-30mm | |
| 落とし方 | 個別 | 同時 50kg | 個別 | 同時 10kg |
| 個数 | 300 | 177 | 300 | 442 |

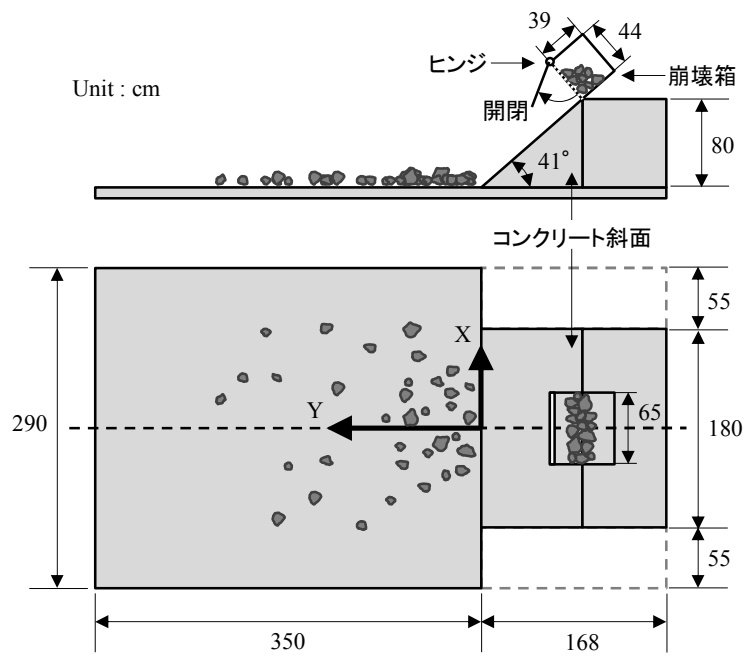


(1)個別に落とす場合



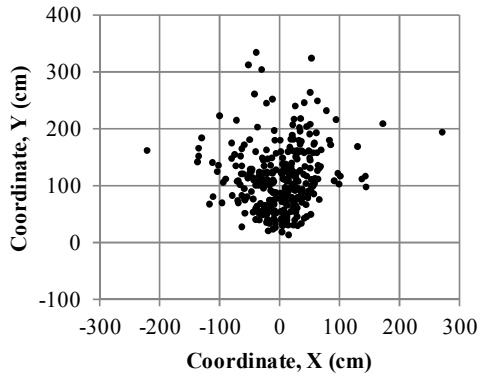
(2)ケース 1b 岩塊(40-80mm)50kg をまとめて落とす場合

図 3.2-1(1/2) 栃木らにより実施された落石実験の概要と各種寸法

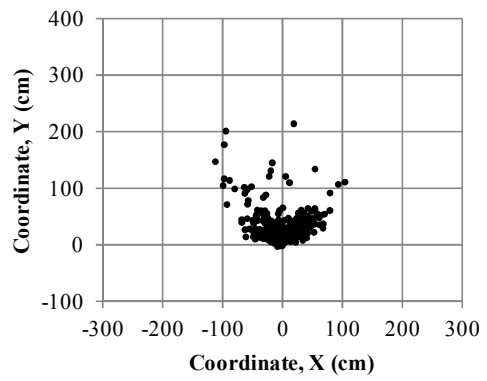


(3)ケース 2b 岩塊(20-30mm)10kg をまとめて落とす場合

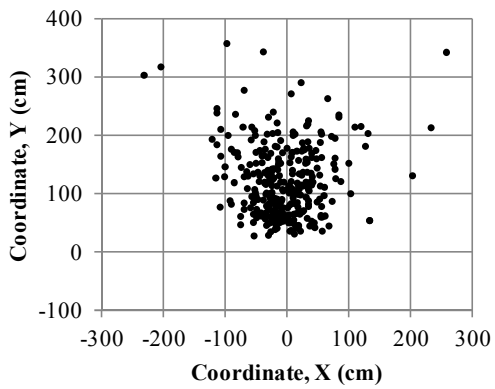
図 3.2-1(2/2) 栃木らにより実施された落石実験の概要と各種寸法



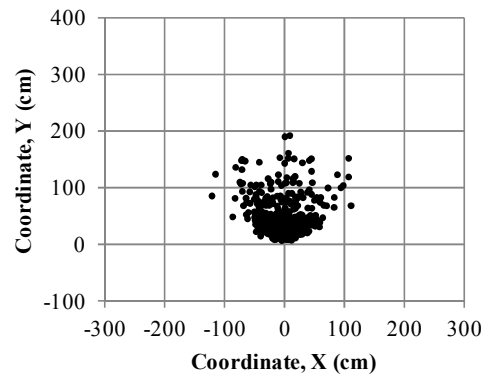
(1) ケース 1a (40-80mm, 個別落下)



(2) ケース 1b (40-80mm, 同時落下)

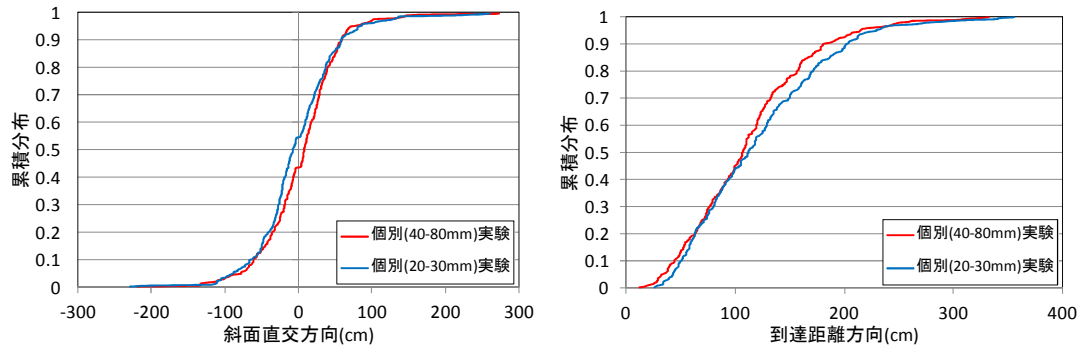


(3) ケース 2a (20-30mm, 個別落下)

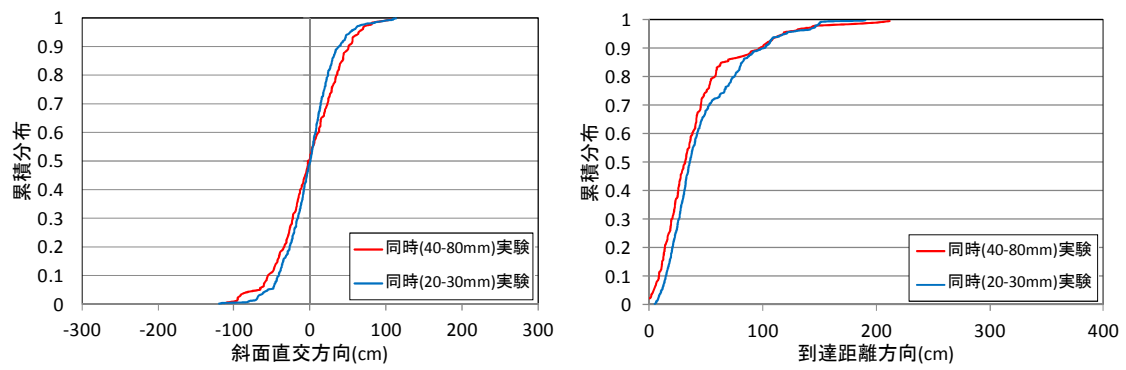


(4) ケース 2b (20-30mm, 同時落下)

図 3.2-2 落石実験結果の岩塊の到達位置の分布



(1) 個別落下(1a と 2a)



(2) 同時落下(1b と 2b)

図 3.2-3 落石実験結果の岩塊の到達位置の累積分布による粒径別比較

2) 質点法による崩落実験の再現解析

別途開発した岩塊崩壊（落石）のための質点法を用いて前述の実験結果の再現解析を行う。個別落下と同時落下に分けて報告する。

(1) 個別落下の場合

実施した解析ケースの一覧を表 3.2-2 に示す。物性番号とケース番号は一致しており個別落下の場合は物性番号を設ける価値はないが、後述の同時落下のケースのために物性番号も設けている。質点解析における解析範囲を図 3.2-4 に示す。Y 座標は与えられていなかったため斜面角度 41 度と落下高さ 0.8m から 0.92029m と逆算した。表 3.2-2 の落下高さとは、質点の初期座標位置である（正確な、落下位置における斜面高さは -79.966m である）。基本的に落下位置の座標は(0.0,-0.92,0.8)(m)としたが、表 3.2-2 のケース 8 では落下高さの影響を調べるため(0.0,-0.92,0.83)(m)とした。

全ケース（ケース 1 から 8）についての斜面直交（X 方向）、斜面到達距離（Y 方向）についての累積分布を図 3.2-5 に示す。解析結果については乱数の種をかえて 3 ケースずつ実施している。実験結果は個別に落下させた大きさ 40-80mm（実験 1a）と 20-30mm（実験 2a）の 2 ケースの結果を比較のため示している。同図によるとケース 7 が X,Y 方向ともに実験結果と非常によく一致している。比較的一致度のよいケース 4 から 8 について到達位置の分布を図 3.2-6 に示す。

高さをかえたケース 8 と物性が同じケース 4 を比較すると斜面直交方向は大差がないが到達方向に関しては 3cm 落下地点が高くなった分ケース 8 の方が若干遠くまで到達するようになっている。

表 3.2-2 個別落下の場合の落石シミュレーション（実験 1a と 2a）の条件一覧

| 解析ケース | 物性 | 反発係数 | 凹凸度 | 落下高さ(m) |
|-------|----|------|------|---------|
| 1 | 1 | 0.85 | 0.25 | 0.80 |
| 2 | 2 | 0.80 | 0.25 | 0.80 |
| 3 | 3 | 0.80 | 0.30 | 0.80 |
| 4 | 4 | 0.83 | 0.30 | 0.80 |
| 5 | 5 | 0.85 | 0.30 | 0.80 |
| 6 | 6 | 0.84 | 0.30 | 0.80 |
| 7 | 7 | 0.84 | 0.25 | 0.80 |
| 8 | 8 | 0.83 | 0.30 | 0.83 |

注：反発係数は鉛直方向，水平方向共に同じ値

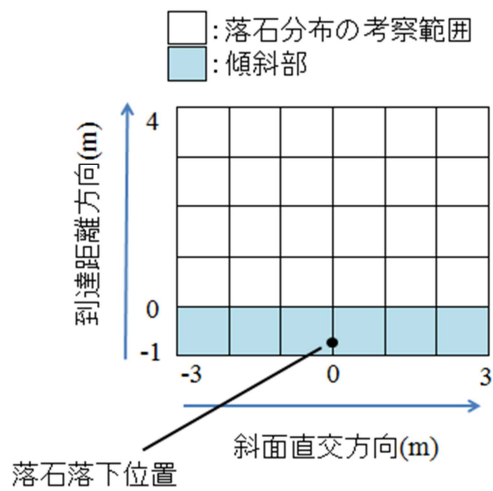
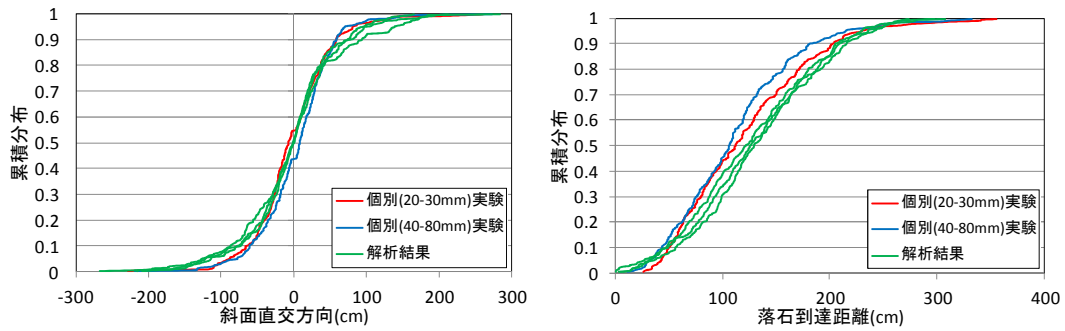
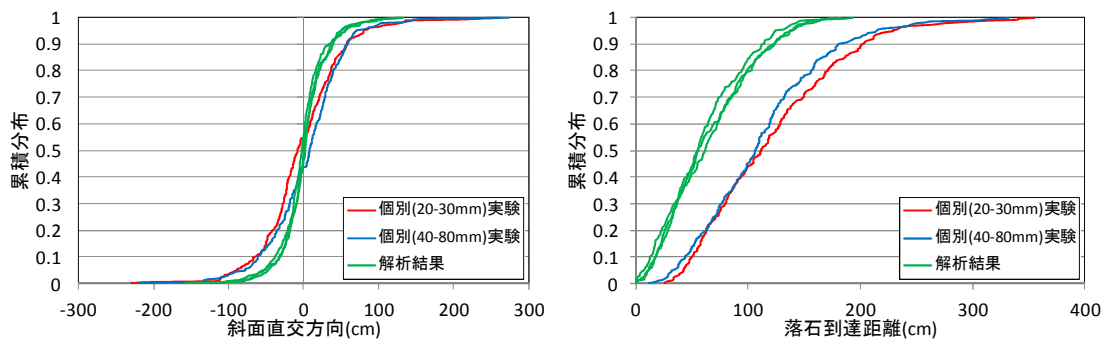


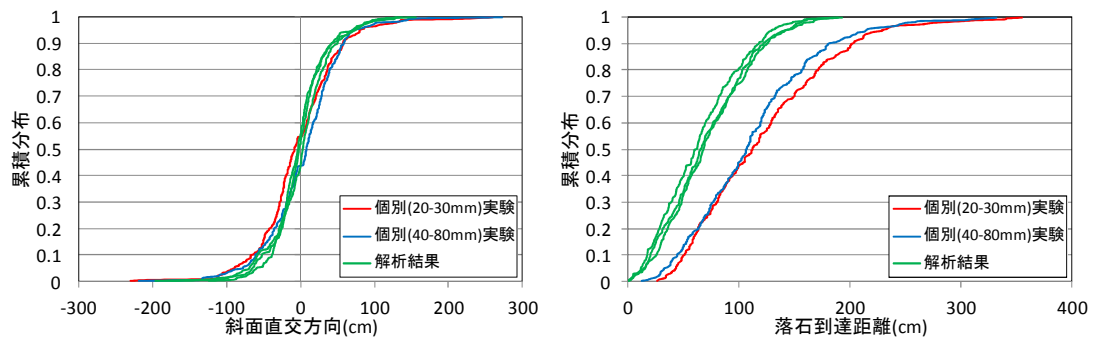
図 3.2-4 質点系解析で用いたモデル(個別落下)



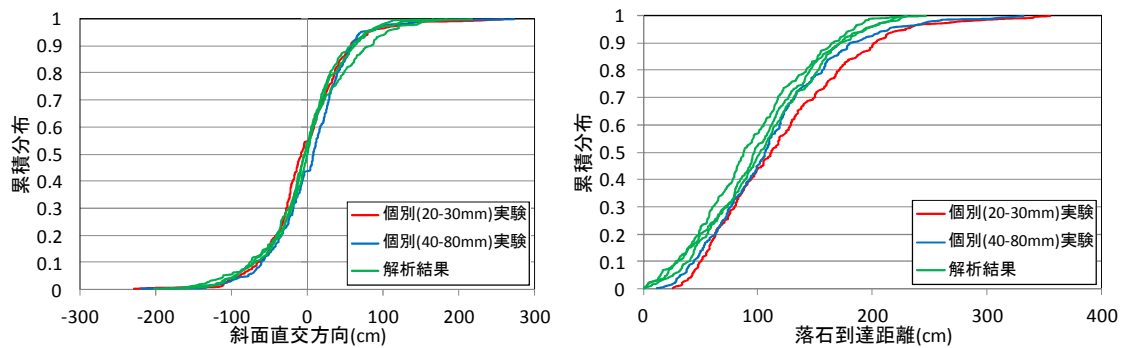
(1) ケース 1



(2) ケース 2

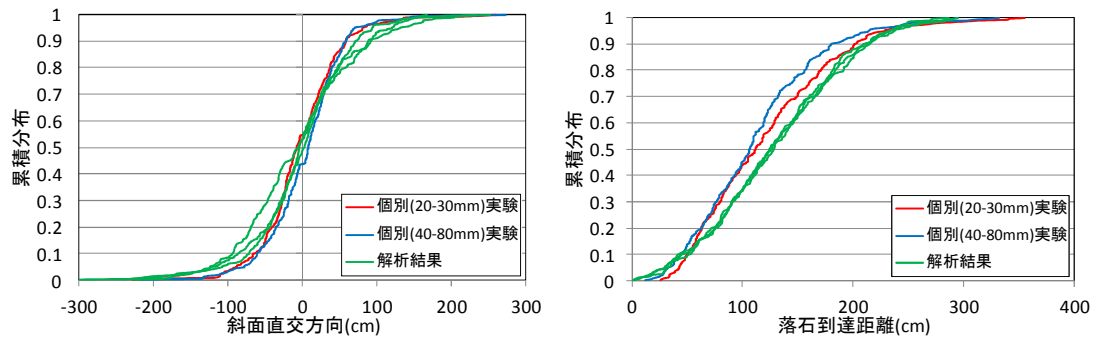


(3) ケース 3

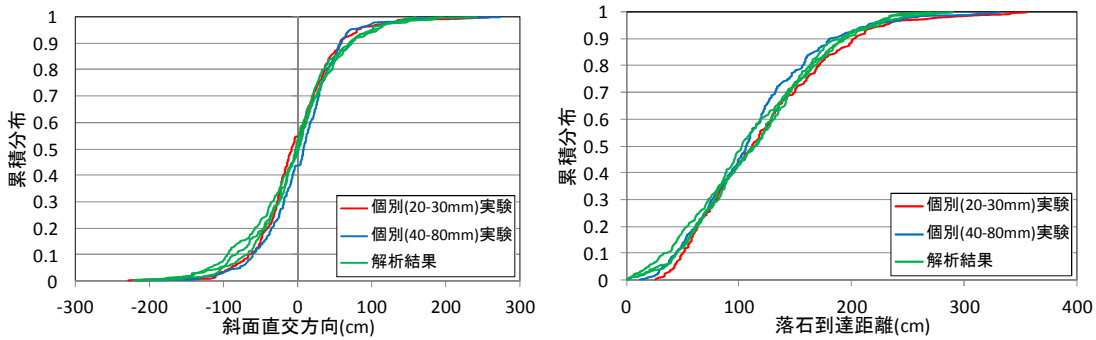


(4) ケース 4

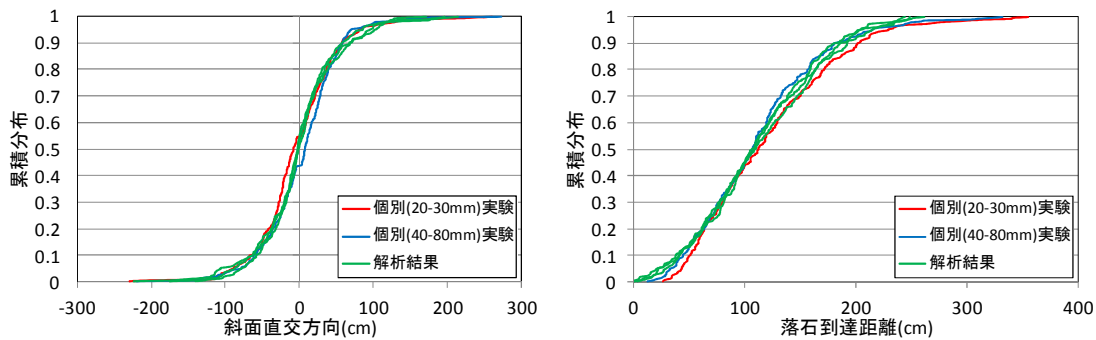
図 3.2-5(その 1/2) シミュレーションによる落石の累積分布(個別落下)



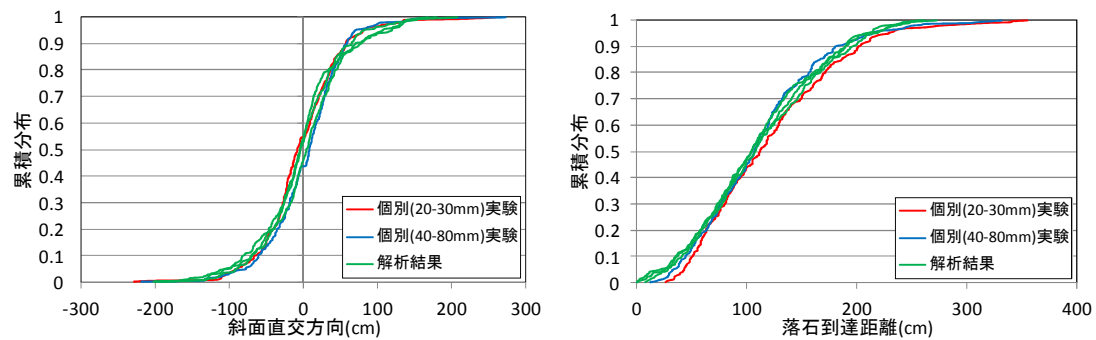
(1) ケース 5



(2) ケース 6

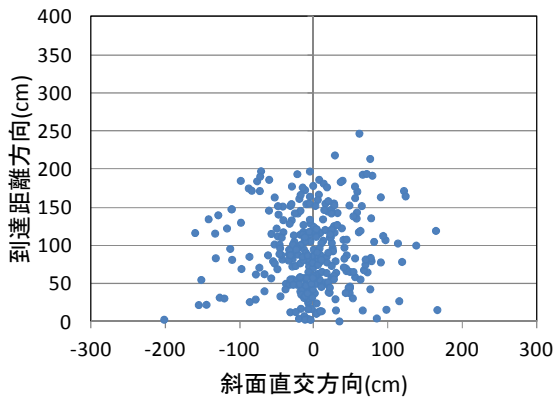


(3) ケース 7

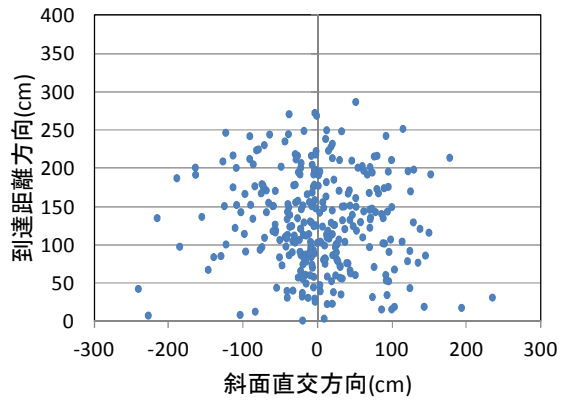


(4) ケース 8

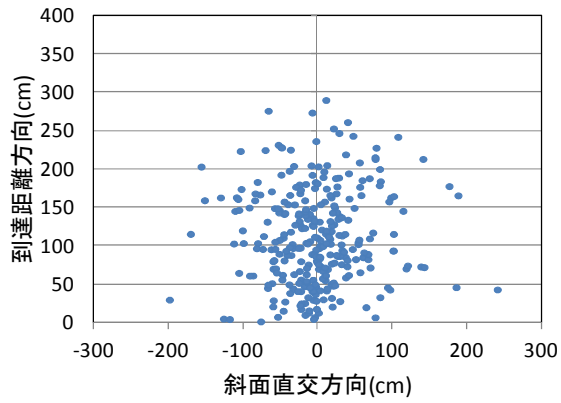
図 3.2-5 (その 2/2) シミュレーションによる落石の累積分布(個別落下)



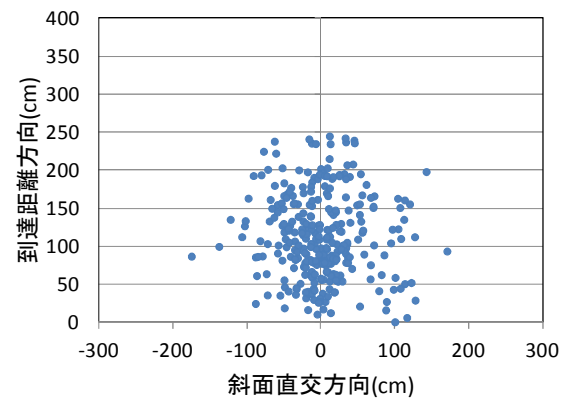
(1) ケース 4



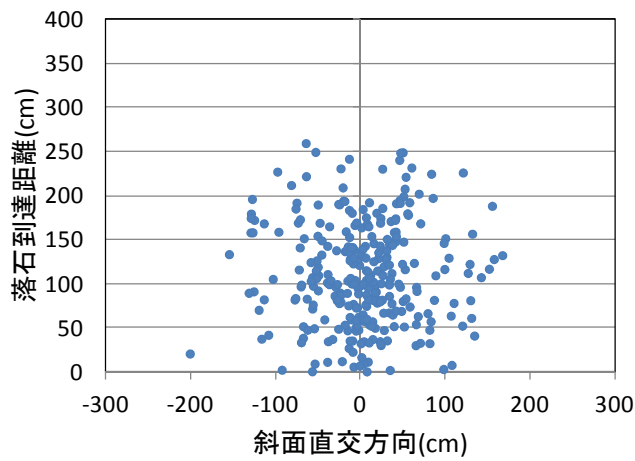
(2) ケース 5



(3) ケース 6



(4) ケース 8



(5) ケース 7(最も一致度の良いケース)

図 3.2-6 シミュレーションによる落石到達位置の分布(個別落下)

(2) 同時落下の場合

同時落下の実験に対して実施した解析ケースの一覧を表 3.2-3 に示す。実験 1b については落下個数 177 個であり、厳密には落下位置も 177 箇所設定する必要があるが、解析モデルの初期配置ではそれを単純化して 33 箇所にまとめて落とすことにした。2b についても同様に実験では 442 個、442 箇所ですべて落としているが、モデルでは 52 箇所にまとめて落とすこととした。それぞれ 177 個、442 個を落下用の箱に図書き詰めてからある程度均質になるように試行錯誤的に図 3.2-7 に示すようにまとめた。例えば立方体の頂点にそれぞれ粒子が計 8 個配置されているとしたら、その 8 個を立方体の中心に集めるという方法でまとめた。

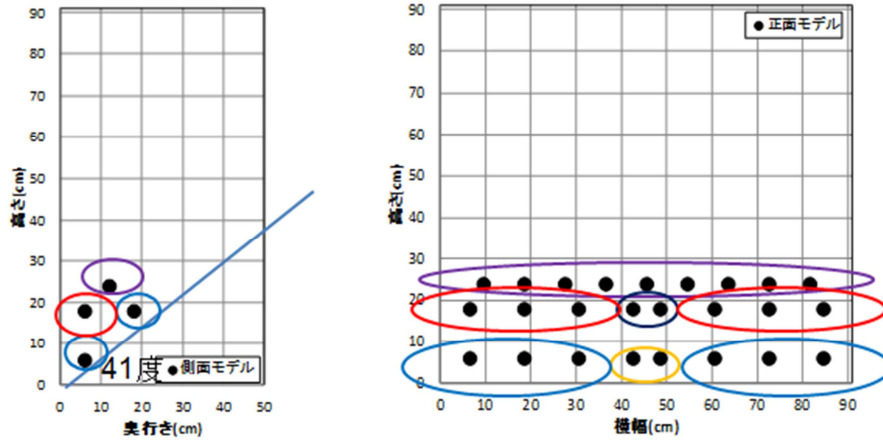
全ケース（ケース 9 から 20）についての斜面直交（X 方向）、斜面到達距離（Y 方向）についての累積分布を図 3.2-8 に示す。これまでと同様に解析結果については乱数の種をかえて 3 ケースずつ実施している。実験結果は同時に落下させた大きさ 40-80mm（実験 1b）と 20-30mm（実験 2b）の 2 ケースの結果を比較のため示している。図 3.2-9 には到達位置の分布図を示す。

物性 11 のケース 15,16 が比較的实验結果とよく一致している。斜面直交方向についてはよく一致しているが、到達方向については実験結果の方が、到達距離がやや小さくなっている。しかし、中央値付近には違いがみられるが遠くまで到達している落石の分布は同じ程度となっている。これは解析では粒子同士の衝突を考慮していないが、実験では粒子同士の衝突によりエネルギーが消費されているためと考察される。現状のアルゴリズムでは再現性はこれが限界であり、より適切に実験結果を説明するにはなんらかの方法で粒子間衝突の効果を考慮する必要がある。

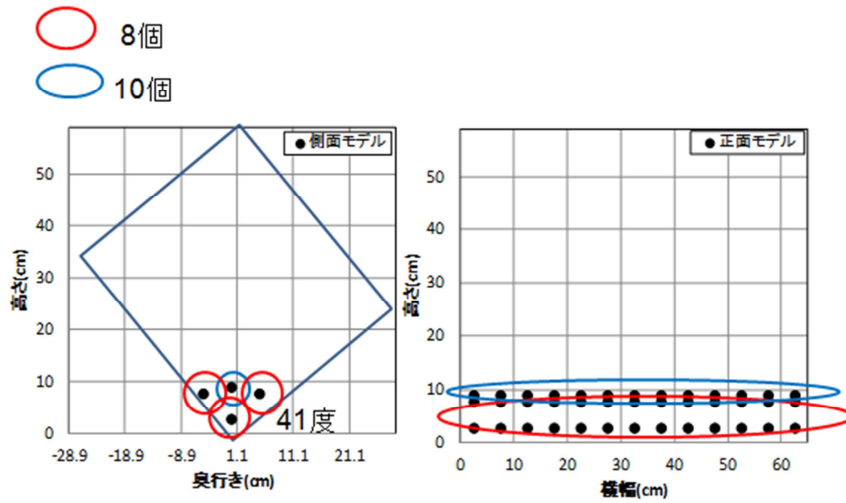
表 3.2-3 同時落下の場合の落石シミュレーション（実験 1b と 2b）の条件一覧

| 解析 ケース | 初期配置 (実験) | 物性 | 反発係数 | 凹凸度 | 堆積考慮 |
|-----------|--------------|-------------|------|------|------|
| 9 | 1b | 7 個別ベスト | 0.84 | 0.25 | 無し |
| 10 | 2b | | | | |
| 11 | 1b | 9 | 0.79 | 0.20 | 有り |
| 12 | 2b | | | | |
| 13 | 1b | 10 | 0.77 | 0.20 | 有り |
| 14 | 2b | | | | |
| 15 | 1b | 11 同時ベスト | 0.77 | 0.25 | 有り |
| 16 | 2b | | | | 無し |
| 17 | 1b | | | | |
| 18 | 2b | | | | |
| 19 | 1b | 12 | 0.75 | 0.25 | 有り |
| 20 | 2b | | | | |

注：反発係数は鉛直方向，水平方向共に同じ値に設定

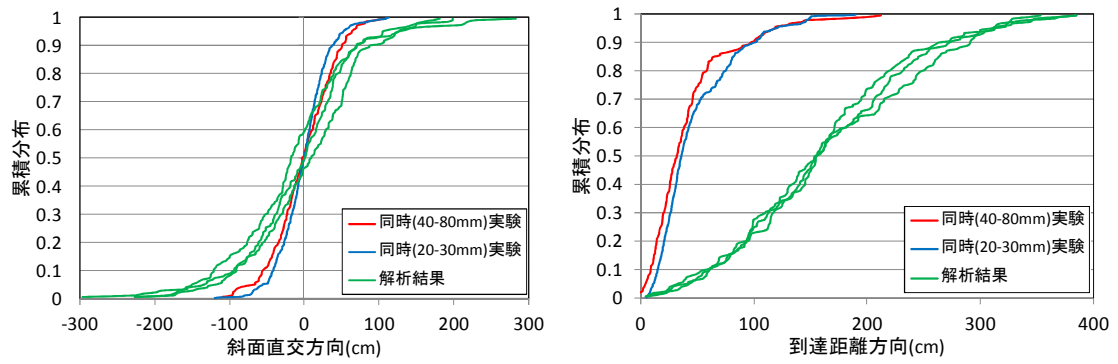


(1) 1b に対応する初期配置

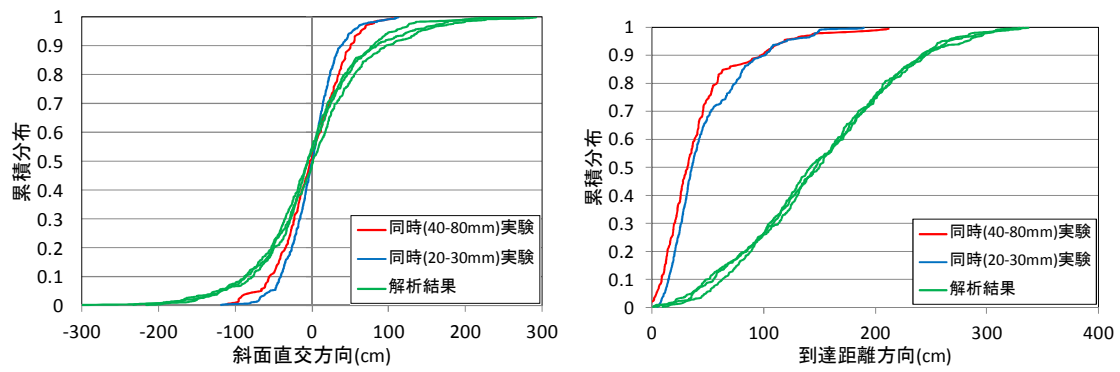


(2) 2b に対応する初期配置

図 3.2-7 同時落下の解析モデル

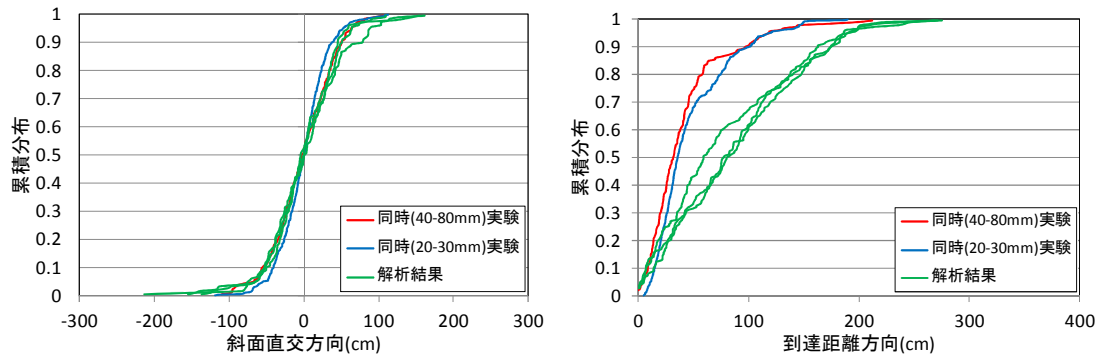


(1) ケース 9 (物性 7, 1b(40-80mm))に対応した初期配置

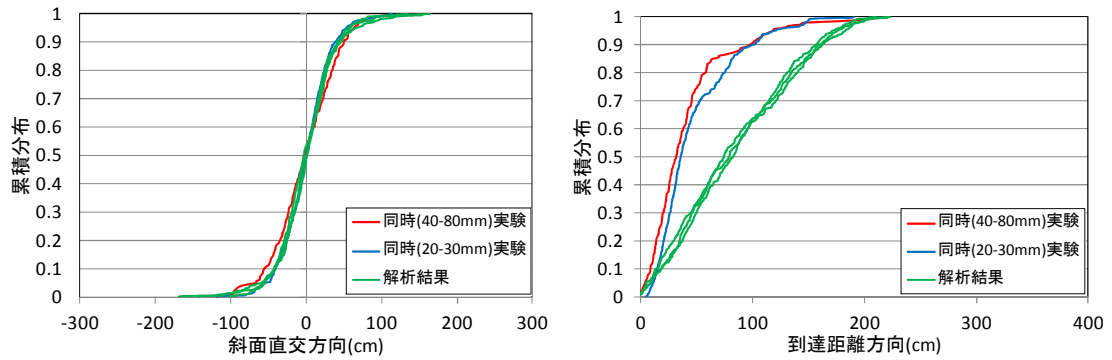


(2) ケース 10 (物性 7, 2b(20-30mm))に対応した初期配置

図 3.2-8 (その 1/6) シミュレーションによる落石の累積分布(同時落下)

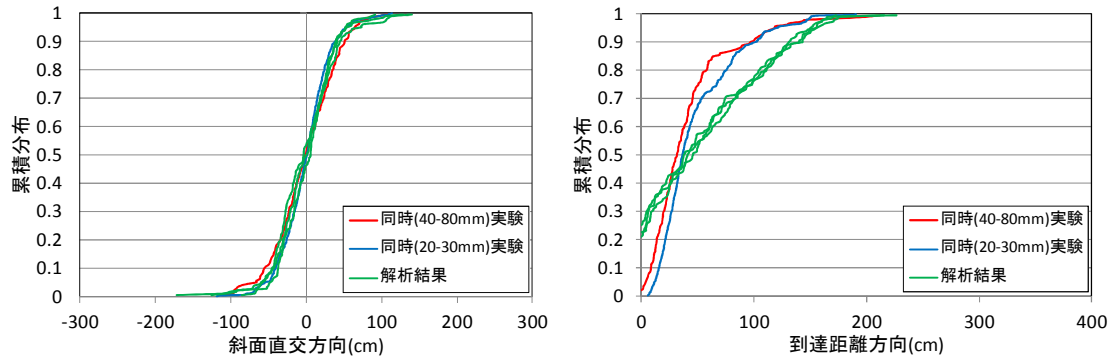


(1) ケース 11 (物性 9, 1b(40-80mm))に対応した初期配置

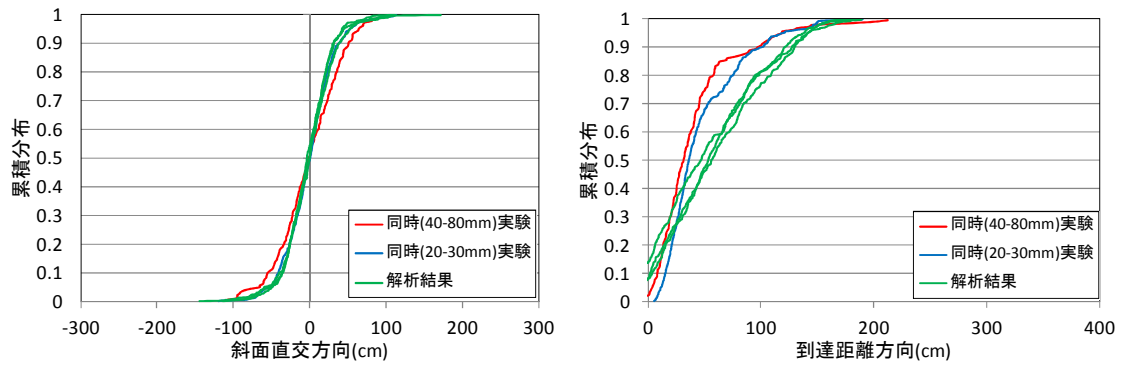


(2) ケース 12 (物性 9, 2b(20-30mm))に対応した初期配置

図 3.2-8 (その 2/6) シミュレーションによる落石の累積分布(同時落下)

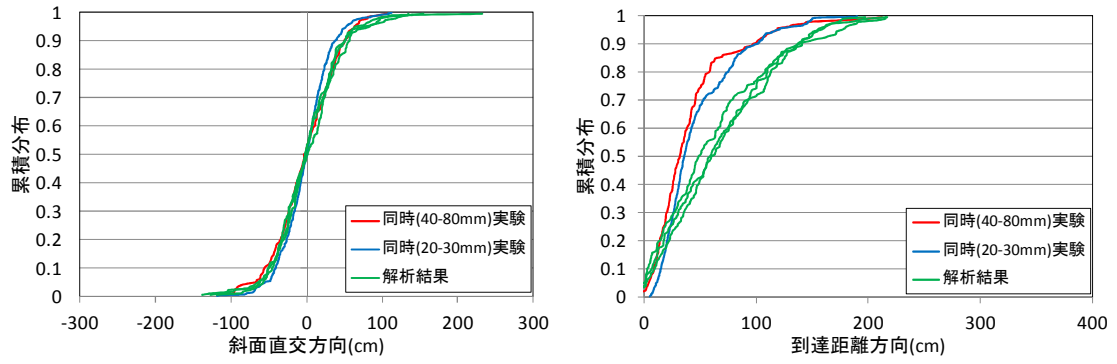


(1) ケース 13 (物性 10, 1b(40-80mm))に対応した初期配置

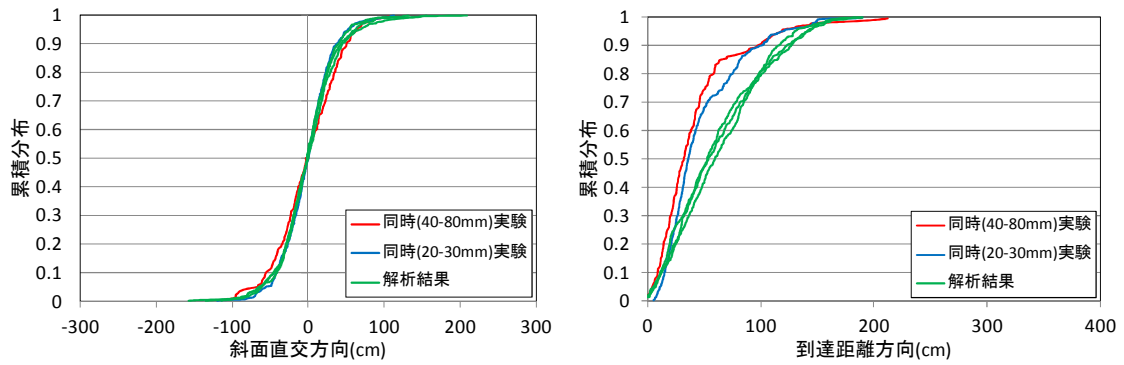


(2) ケース 14 (物性 10, 2b(20-30mm))に対応した初期配置

図 3.2-8 (その 3/6) シミュレーションによる落石の累積分布(同時落下)

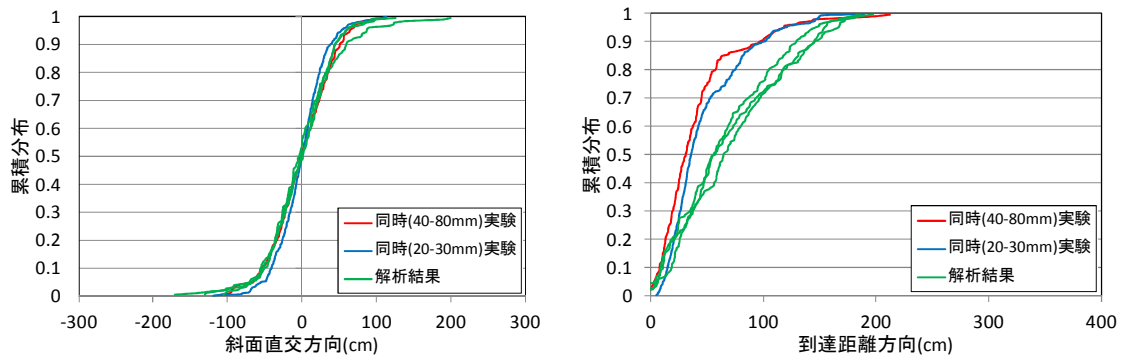


(1) ケース 15 (物性 11, 1b(40-80mm))に対応した初期配置

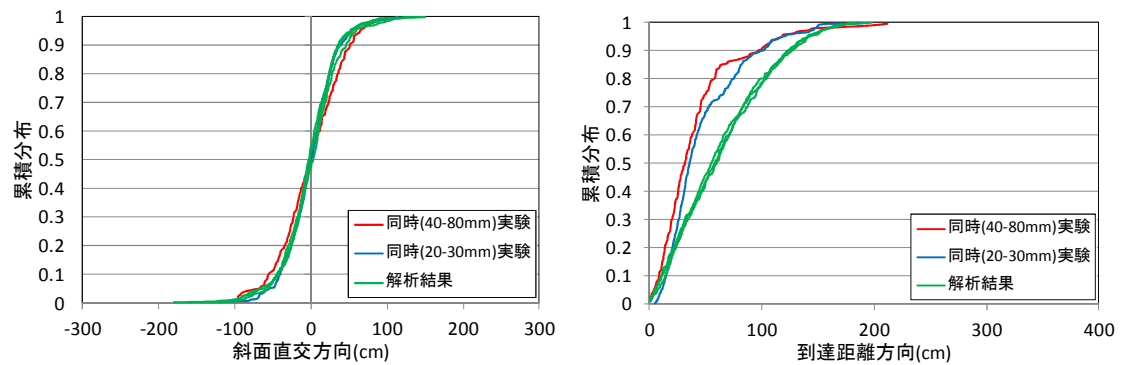


(2) ケース 16 (物性 11, 2b(20-30mm))に対応した初期配置

図 3.2-8 (その 4/6) シミュレーションによる落石の累積分布(同時落下)

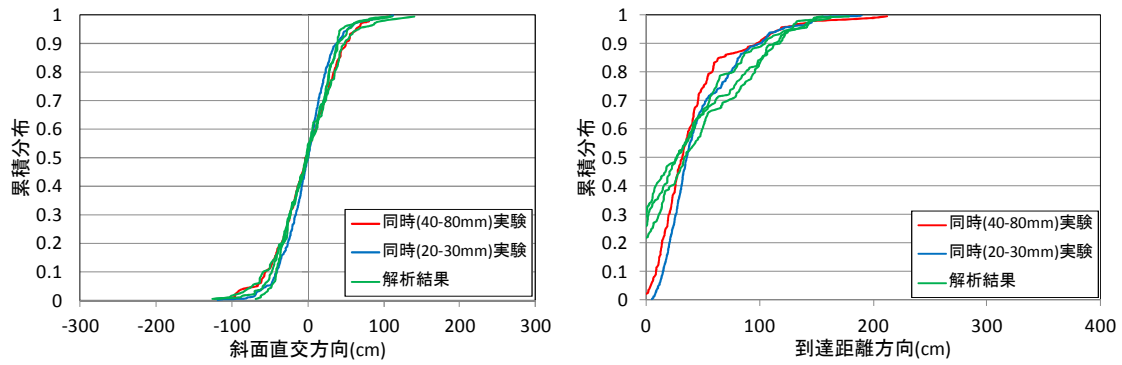


(1) ケース 17 (物性 11, 1b(40-80mm))に対応した初期配置

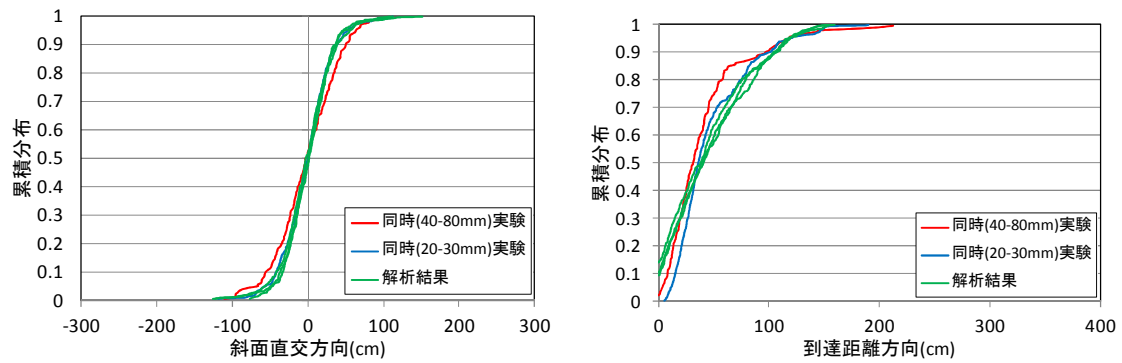


(2) ケース 18 (物性 11, 2b(20-30mm))に対応した初期配置

図 3.2-8 (その 5/6) シミュレーションによる落石の累積分布(同時落下)

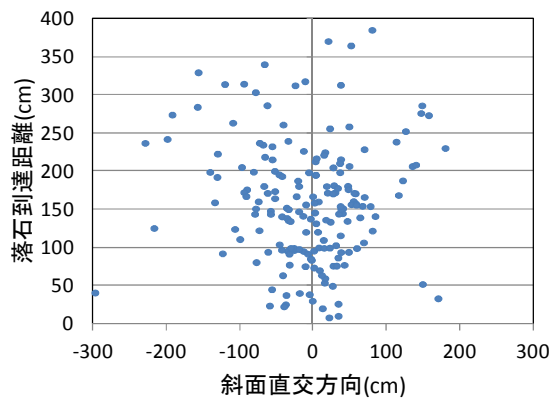


(1) ケース 19 (物性 12, 1b(40-80mm))に対応した初期配置

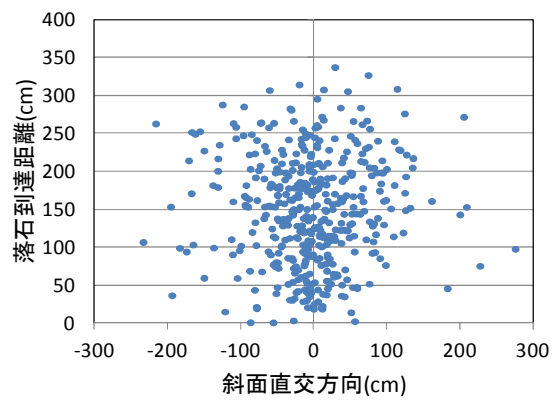


(2) ケース 20 (物性 12, 2b(20-30mm))に対応した初期配置

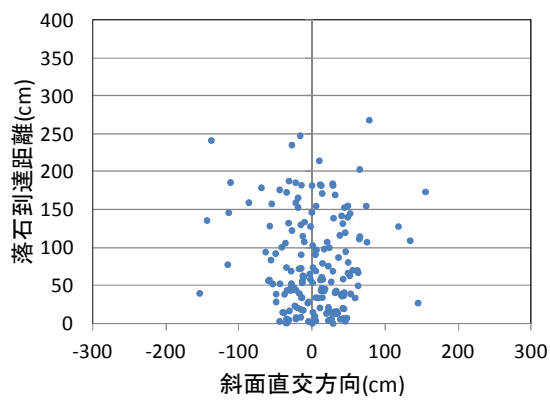
図 3.2-8 (その 6/6) シミュレーションによる落石の累積分布(同時落下)



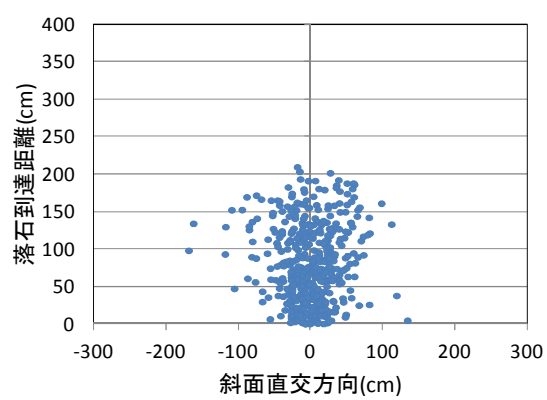
(1) ケース 9 (物性 7, 1b(40-80mm))



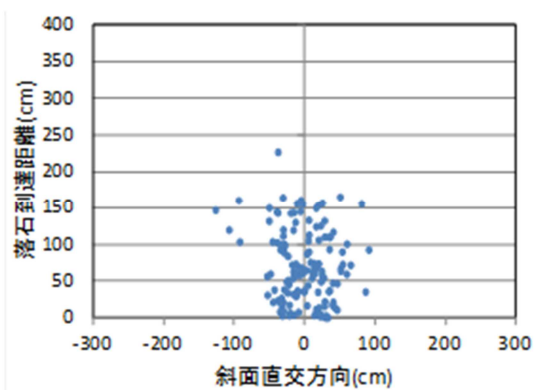
(2) ケース 10 (物性 7, 2b(20-30mm))



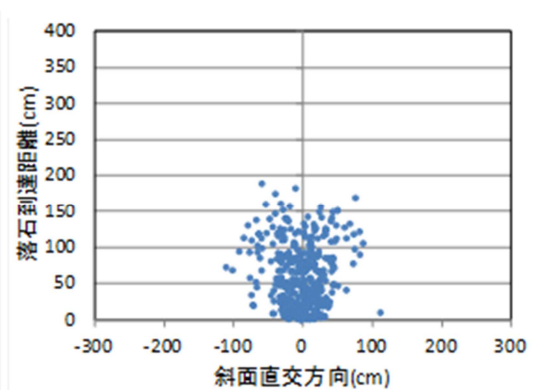
(3) ケース 11 (物性 9, 1b(40-80mm))



(4) ケース 12 (物性 9, 2b(20-30mm))

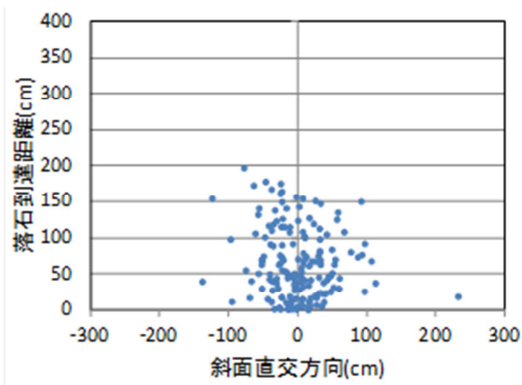


(5) ケース 13 (物性 10, 1b(40-80mm))

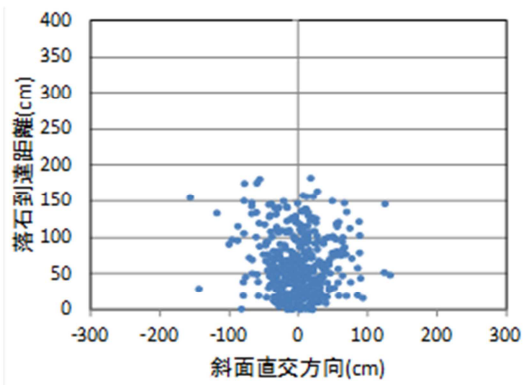


(6) ケース 14 (物性 10, 2b(20-30mm))

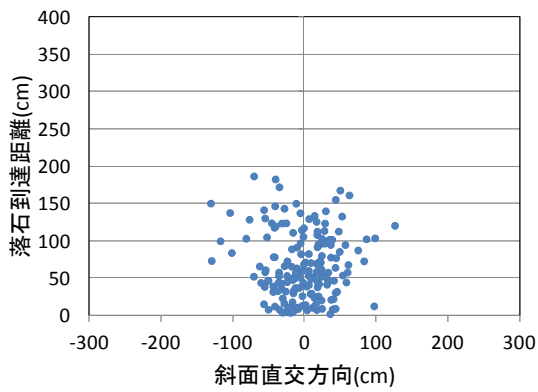
図 3.2-9 (その 1/2) シミュレーションによる落石到達位置の分布(同時落下)



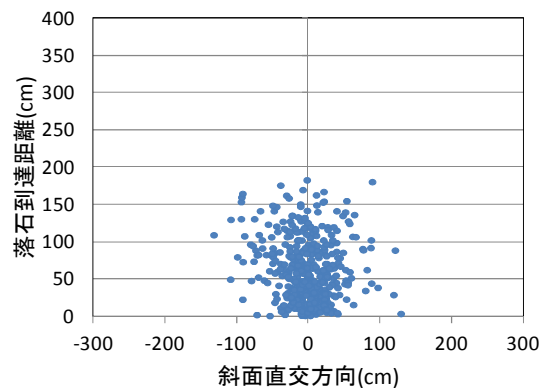
(1) ケース 15 (物性 11, 1b(40-80mm))



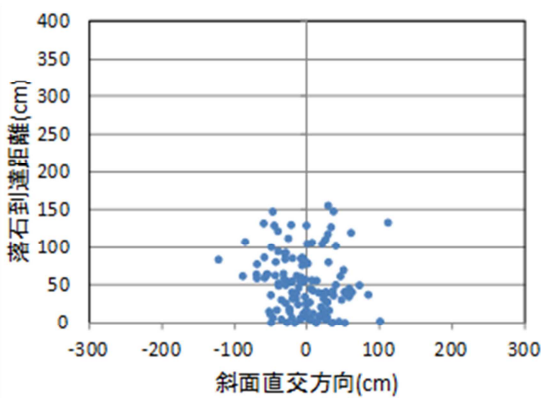
(2) ケース 16 (物性 11, 2b(20-30mm))



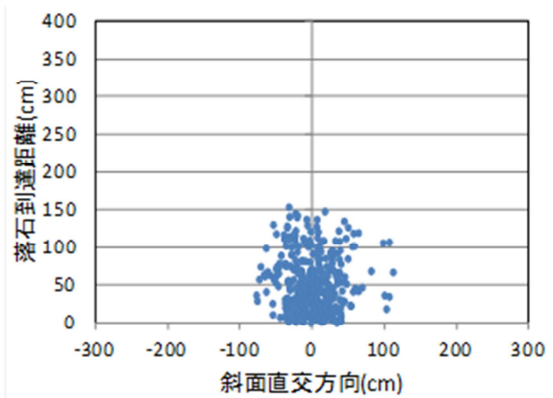
(3) ケース 17 (物性 11, 1b(40-80mm))



(4) ケース 18 (物性 11, 2b(20-30mm))



(5) ケース 19 (物性 12, 1b(40-80mm))



(6) ケース 20 (物性 12, 2b(20-30mm))

図 3.2-9 (その 2/2) シミュレーションによる落石到達位置の分布(同時落下)

3) 崩落実験の岩塊の到達位置の確率モデル

岩塊の衝突の危険性を定量的に評価するには岩塊の到達位置を確率分布として評価することが必要である。本節では方向別に正規分布と対数正規分布でモデル化する方法と GMM(Gaussian Mixture Model)によるモデル化を示す。

a) 方向別の確率分布

2つの方向、斜面直交方向 X, 到達方向（斜面最急こう配方向）Y 方向について到達位置の累積確率分布のモデル化を行う。個別に落下させた場合のケース 1a の X 方向を例にモデル化の方法について示す。各岩塊の到達位置の座標値に関して小さい順に並べて $(x_i, i=1, n)$ とする。ここで、 n はデータ個数である。到達位置の座標値に関して x_i 以下となる累積確率を次式で与える。

$$P(x_i) = p_i = \frac{i}{n+1} \quad (1)$$

縦軸を座標 x_i , 横軸を上記の確率から逆算した標準化変数 z_i として図 3.3-1(1)に示す。

$$z_i = \Phi^{-1}(p_i) \quad (2)$$

ここで、 Φ^{-1} は累積標準正規分布の逆関数である。正規分布に従う場合は座標 x_i と標準化変数 z_i の関係は直線となり、その傾きは標準偏差、切片は平均値を表す。図に示されているように、標準化変数が 2 あるいは -2 を超えると直線からの多少のずれが見られるが、概ね両者の関係はほぼ直線となっており、正規分布でモデル化できることがわかる。同様に、ケース 1b, 2a, 2b の X 方向について図 3.3-1 に示す。個別に落下させている 1a や 2a では多少のずれが見られるものの、同時に落下させている 1b, 2b ではほぼ直線状の図となっている。その平均値は各ケースともにほぼ 0 であり、標準偏差については同時に落としたケース 1b, 2b の方が小さくなっている。

次に Y 方向について同様の整理をして図 3.3-2 に示す。Y 方向についてはいずれのケースも直線になっているとは言い難い。斜面法尻に岩塊が集中して水平面の方向に大きく分布しており、斜面の傾斜がある部分には当然のことながらほとんど分布していない。対数正規分布的に見えるが、Y 座標の原点を斜面法尻としているがケース 1b では多少の岩塊の Y 座標値が負、すなわち、斜面の上側となっている。そのままでは対数正規分布として扱うことができないので $Y-Y_0$ としてその対数正規分布を考える。 $Y_0=10\text{cm}$ とした場合の $\ln(Y-Y_0)$ について、同様に整理した結果を図 3.3-3 に示す。各ケースともにほぼ直線状となっており、対数正規分布によるモデル化が良好であることがわかる。 Y_0 について数値を変えていくつか試してみたが得られる結果に大きな違いはなかった。

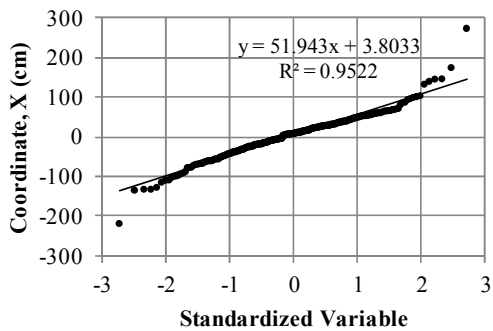
以上、得られた平均値、標準偏差をまとめて表 3.3-1 に示す。また、 $Y_0=10\text{cm}$, $\ln(Y-Y_0)$ として算定した平均値や標準偏差を表 3.3-2 に示す。これらについては後述の衝突確率の算定で用いる。

表 3.3-1 各ケースの到達位置座標の平均と標準偏差

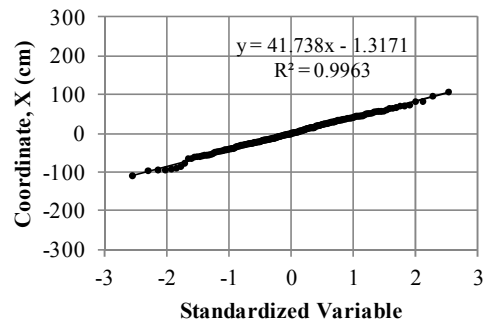
| ケース | | 1a | 1b | 2a | 2b |
|------|---------|-------|------|-------|------|
| X 方向 | 平均 (cm) | 3.8 | -1.3 | -2.5 | -0.6 |
| | 標準偏差 | 51.9 | 41.7 | 55.2 | 33.1 |
| Y 方向 | 平均 (cm) | 111.6 | 41.1 | 120.7 | 47.6 |
| | 標準偏差 | 56.4 | 33.9 | 60.9 | 32.4 |

表 3.3-2 各ケースの $\ln(Y-Y_0)$ の平均と標準偏差 ($Y_0=10\text{cm}$)

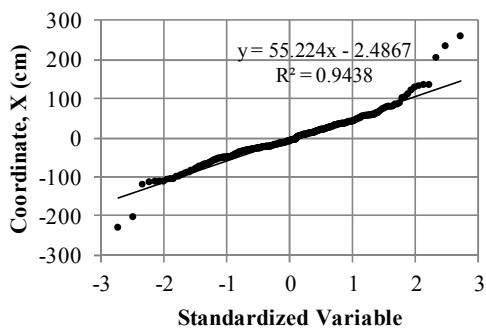
| ケース | 1a | 1b | 2a | 2b |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 平均値 | 4.69 | 3.72 | 4.76 | 3.90 |
| 標準偏差 | 0.499 | 0.669 | 0.486 | 0.548 |



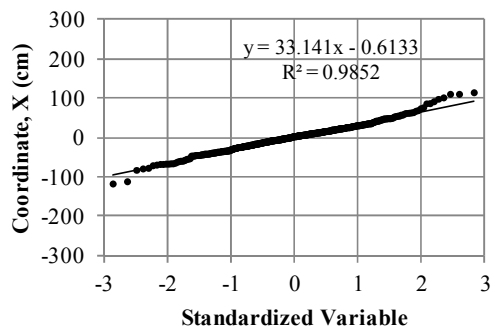
(1) ケース 1a (40-80mm, 個別落下)



(2) ケース 1b (40-80mm, 同時落下)

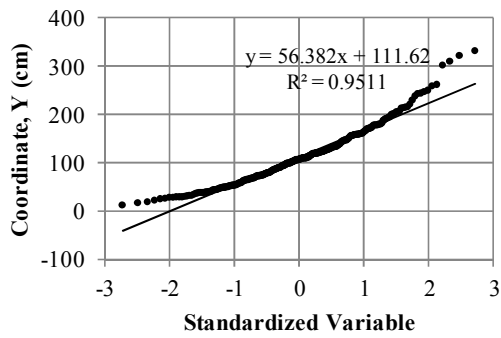


(3) ケース 2a (20-30mm, 個別落下)

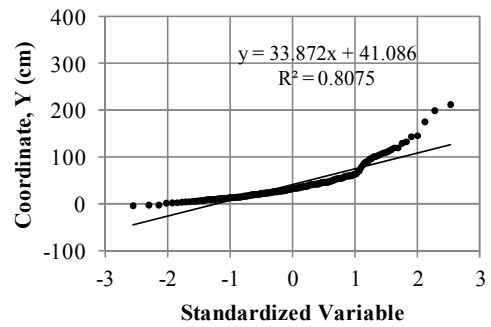


(4) ケース 2b (20-30mm, 同時落下)

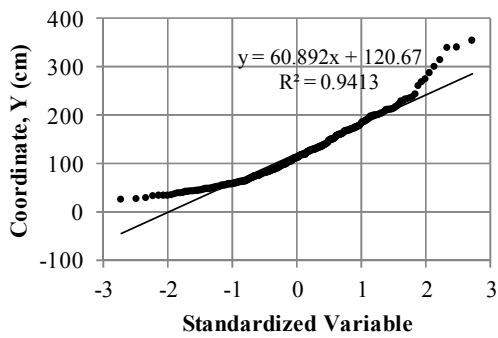
図 3.3-1 落石実験結果の岩塊の到達位置 X (斜面直交方向) の正規分布によるモデル化



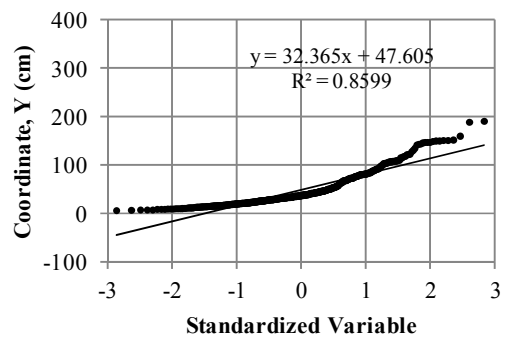
(1) ケース 1a (40-80mm, 個別落下)



(2) ケース 1b (40-80mm, 同時落下)

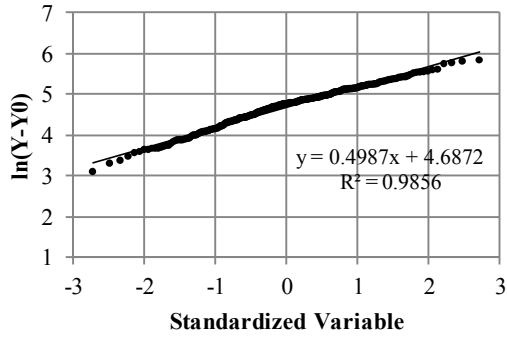


(3) ケース 2a (20-30mm, 個別落下)

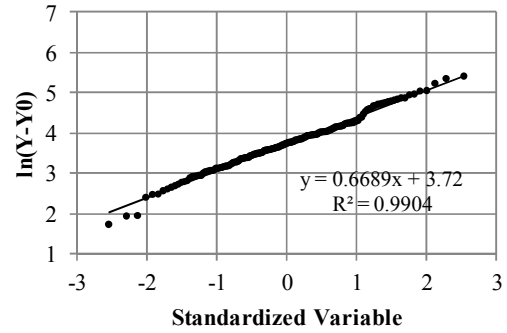


(4) ケース 2b (20-30mm, 同時落下)

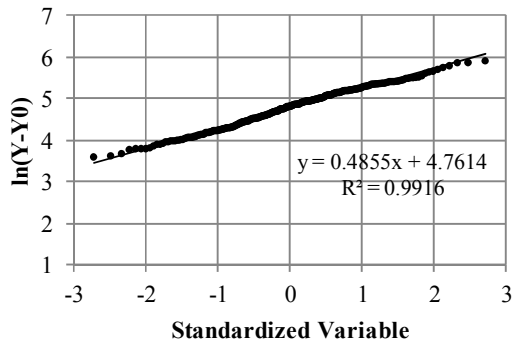
図 3.3-2 落石実験結果の岩塊の到達位置 Y (斜面最急勾配方向) の正規分布によるモデル化



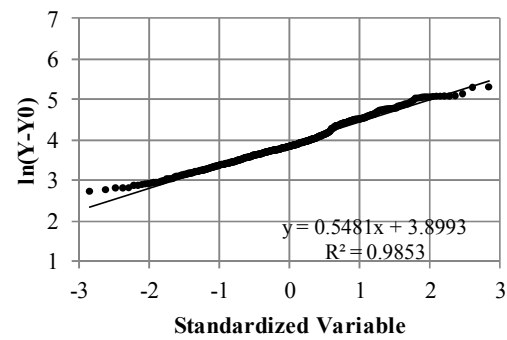
(1) ケース 1a (40-80mm, 個別落下)



(2) ケース 1b (40-80mm, 同時落下)



(3) ケース 2a (20-30mm, 個別落下)



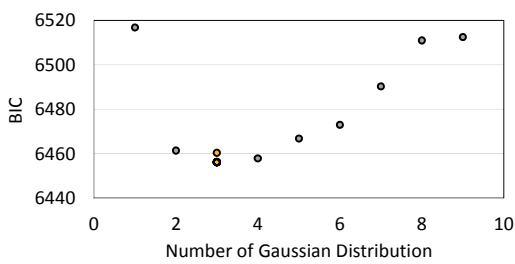
(4) ケース 2b (20-30mm, 同時落下)

図 3.3-3 落石実験結果の岩塊の到達位置 Y (斜面呼勾配方向) の対数正規分布によるモデル化, $(Y-Y_0)$ のモデル化, $Y_0 = -10\text{mm}$

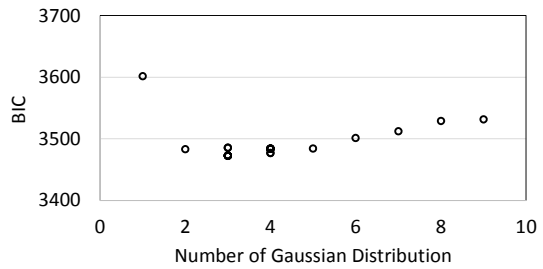
b) GMM(Gaussian Mixture Model)による確率分布

実際の斜面は複雑な3次元構造をしている場合があり，崩壊した土塊の到達分布は地形に依存した複雑な形になることが容易に想像される．そうした場合は，単一の正規分布などによるモデル化では不十分である．複雑な特性を持った確率密度分布を表す手法として，複数のガウス型確率密度分布の和として表現する混合ガウスモデルGMM(Gaussian Mixture Model)が知られており，その推定法としてEM(Expectation and Maximization)アルゴリズムを用いる方法がある．ここでは，3.2.1で示した岩塊の崩落実験結果についてGMMを用いた岩塊の到達位置の確率分布を算定した結果を示す．EMアルゴリズムを用いたGMMの推定方法については付録Bとして巻末に示す．

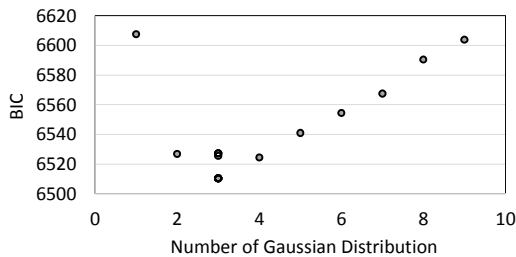
3.2.1に示した4種類の実験結果それぞれについて確率分布の評価を行う．最初にガウス分布の足し合わせの数をBICから決める．個数を1から9までとした場合についてBICを求めた結果を図3.3-4に示す．いずれの実験ケースについても3個の場合がBIC最小となっていることがわかる．3個の場合について算定されたGMMによる確率分布を図3.3-5に示す．



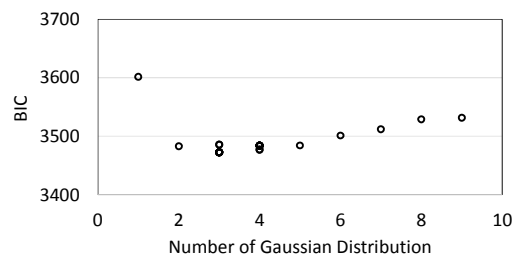
(1) 実験ケース 1a (40-80mm, 個別落下)



(2) 実験ケース 1b (40-80mm, 同時落下)

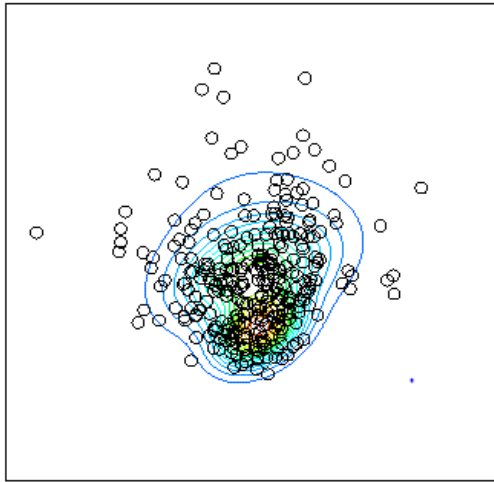


(3) 実験ケース 2a (20-30mm, 個別落下)

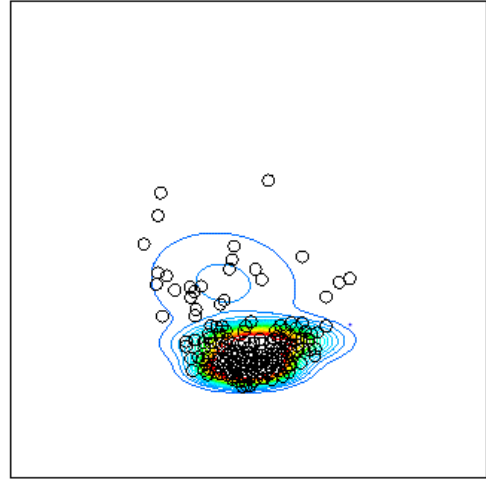


(4) 実験ケース 2b (20-30mm, 同時落下)

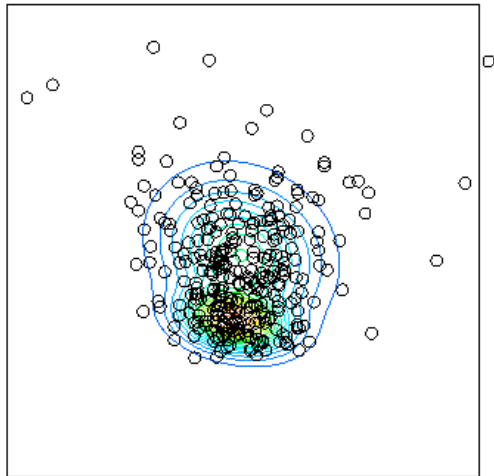
図 3.3-4 EM アルゴリズムを用いた BIC の一覧



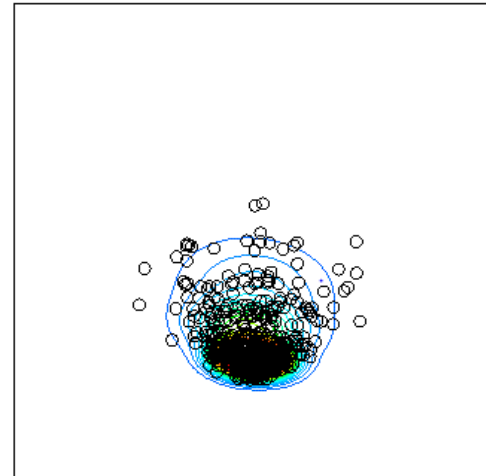
実験ケース 1a



実験ケース 1b



実験ケース 2a



実験ケース 2b

図 3.3-5 EM アルゴリズムを用いた確率分布 (GMM の足し合わせ, いずれも 3 個)

4) 構造物への衝突ハザード

a) 衝突確率及び残存距離ハザード曲線の評価方法

本節では衝突のハザードとして衝突衝撃の強さに関係する量として残存距離に注目し、その超過確率との関係性を評価する。残存距離とはもしも構造物に衝突しなければさらにどの程度移動していたかの距離を表しており、衝突した時点でのエネルギーの大きさに関係した量となっている。まず衝突確率の算定法について述べた後に、残存距離に応じた衝突確率の算定法について示す。

(1) 衝突確率の算定法

前節(3.3節)で述べた確率分布のモデル化の結果に基づき衝突確率やハザード曲線の評価を行う。ただし、ここでの衝突確率は斜面崩壊が生じた、あるいは落石が生じた場合の条件付き確率であることに注意されたい。全確率とするには斜面崩壊や落石が生じる確率をモデル化し、ここで算定する条件付き確率と合わせて評価する必要がある。

注目する施設への落石一つ当たりの衝突確率については次式で算定する。

$$P_1 = \int_{\Omega} p(x, y) dx dy \quad (1)$$

ここで、 $p(x, y)$ は落石の到達位置座標に関する確率密度分布である。積分領域 Ω については図3.4-1に示すように落石の崩壊領域の中心から直線で対象構造物への衝突経路を仮定して、その背後の領域とした。背後の領域は全て積分の対象領域となり厳密には無限遠まで積分する必要があるが、ある程度大きな領域を積分しておけば実質上は十分である。図のように左右それぞれ d_a の線分を設けて4角形の積分領域とし、 d_a は十分に大きな長さとする。

上の式は2次元の積分問題でありどのような方法で積分してもよいが、後述する残存距離ハザードの計算に適しているため有限要素の4角形要素の内挿関数を用いて次のように積分を行った。

$$P_1 = \int_{\Omega} p(x, y) dx dy = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 p(r, s) |J| dr ds \quad (2)$$

全体座標系の座標 x, y に対して局所座標系の座標 r, s を考えると両者には以下の関係がある。

$$x(r, s) = \frac{1}{4}(1-r)(1-s)x_1 + \frac{1}{4}(1-r)(1+s)x_2 + \frac{1}{4}(1+r)(1-s)x_3 + \frac{1}{4}(1+r)(1+s)x_4 \quad (3)$$

$$y(r, s) = \frac{1}{4}(1-r)(1-s)y_1 + \frac{1}{4}(1-r)(1+s)y_2 + \frac{1}{4}(1+r)(1-s)y_3 + \frac{1}{4}(1+r)(1+s)y_4 \quad (4)$$

ここで、 x_i, y_i は4角形要素の節点 i の全体座標であり、図3.4-1(1)に示すように崩壊中心に近い方から反時計回りに1, 2, 3, 4とした。ヤコビアン J は以下のように求められる。

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\text{ここで, } \frac{\partial x}{\partial r} = \frac{1}{4}(- (1-s)x_1 - (1+s)x_2 + (1-s)x_3 + (1+s)x_4)$$

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \frac{1}{4}(- (1-r)x_1 + (1-r)x_2 - (1+r)x_3 + (1+r)x_4)$$

$$\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{1}{4}(- (1-s)y_1 - (1+s)y_2 + (1-s)y_3 + (1+s)y_4)$$

$$\frac{\partial y}{\partial s} = \frac{1}{4}(- (1-r)y_1 + (1-r)y_2 - (1+r)y_3 + (1+r)y_4)$$

岩塊が n 個落ちてくる場合は、互いに独立と仮定すると少なくとも一つ以上の岩塊が衝突する確率を次式で算定することができる。

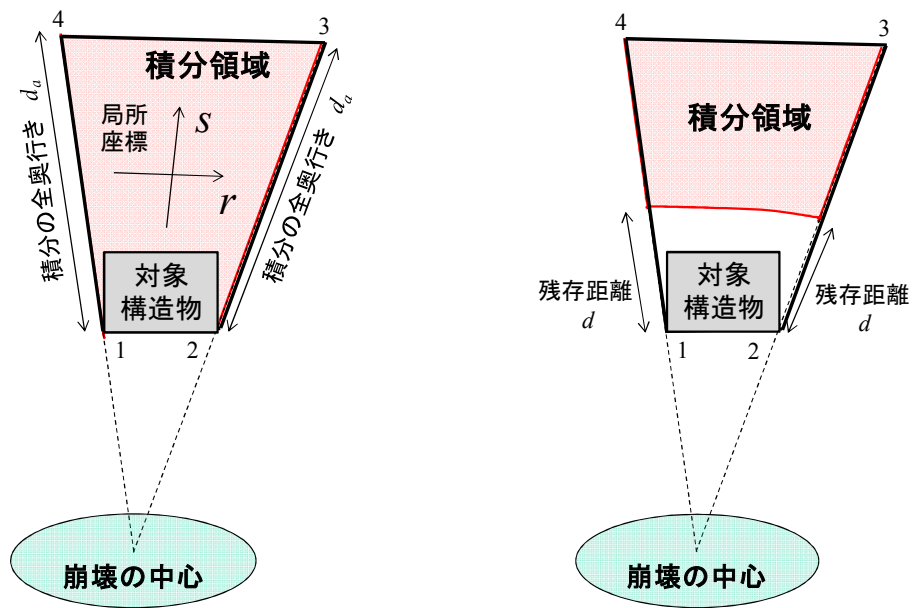
$$P_n = 1 - (1 - P_1)^n \quad (6)$$

(2) 残存距離ハザード曲線の評価方法

本研究では、残存距離に対応して求められる確率の曲線を残存距離ハザードと定義する。残存距離とは、もしも岩塊が構造物に衝突しなければさらにどの程度移動していたかを表しており、衝突した際の衝撃力の大きさに関係した量となっている。図3.4-1(2)に示す領域の積分を行うことで残存距離 d に対応する超過確率を算定することができる。崩壊領域の中心から伸ばした直線の方が局所座標 s であるため、残存距離 d に対する衝突確率は局所座標 s に関して $[-1+2d/d_a, 1]$ の領域を積分した値となり、残存距離 d に対応した確率 $P(d)$ 、すなわち残存距離ハザード曲線を簡単に求めることができる。

$$P_1(d) = \int_{-1+2d/d_a}^1 \int_{-1}^1 p(r,s) |\mathbf{J}| dr ds \quad (7)$$

残存距離は必ずしも衝突の際の衝撃力やエネルギーとの関係が明確ではないため、将来的には衝突速度と残存距離の関係を実験などによりモデル化し、衝突速度に関するハザード曲線に変換することを予定している。



(1) 積分のための局所座標と積分領域 (2) 残存距離に対応した積分領域

図 3.4-1 衝突確率算定のための到達位置座標に関する積分領域

2) 崩落実験に対する残存距離ハザード曲線

a) 方向別の確率分布に基づくハザード曲線

前述の3.1.1に示した実験結果に対して適当な構造物を想定して残存距離ハザード曲線の算定例を示す。必要となる落石の到達位置座標に関する確率密度分布 $p(x, y)$ については3.3節の結果から x 方向については正規分布、 y 方向については対数正規分布として、互いに独立と仮定する。その場合の確率密度分布 $p(x, y)$ は次式で与えられる。

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma\zeta} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} - \frac{(\ln(y-y_0)-\lambda)^2}{2\zeta^2}\right\} \quad (8)$$

ここで、 μ 、 σ は X 方向の平均、標準偏差で、 λ 、 ζ は $\ln(Y-Y_0)$ の平均と標準偏差である。これら平均や標準偏差は表 3.3-1 や表 3.3-2 にまとめて示した。衝突確率算定のための積分領域を定めるために必要となる崩落中心の座標は(0, -92cm)とした。想定した構造物 A1, A2, A3 B1, B2, B3 を図 3.4-2 に示す。構造物の形状は考えずに一つの線分(辺)として表し、その線分の背後の領域を積分して衝突確率を算定する。

各実験ケースについて残存距離ハザードの算定結果を図 3.4-3 に示す。縦軸は超過確率を表しており、残存距離 0 の場合の超過確率が衝突確率を表している。個別落下であれば 300 個、実験ケース 1b, 2b の個数はそれぞれ $n=177, 442$ 個であり、図ではこのうちの 1 個以上が衝突する確率に関する残存距離ハザードを示している。残存距離が大きくなる、すなわち激しい衝突になるに従い超過確率が小さくなっている様子がわかる。当然のことながら斜面に近い A の方が、また、中心位置に近い 1 の方が全体的に衝突確率が大きくなっている。また、中心からの距離が大きくなるに従い、すなわち、1, 2, 3 の順に残存距離に対する勾配が大きくなっている。つまり、中心から離れた地点では衝突してもその衝撃は比較的小さいことを意味している。例えば、(2)の実験ケース 1b に注目すると A2 と B1 を比較すると、A2 の方が斜面に近く衝突確率はやや B1 よりも大きいものの、60cm 以上の残存距離の衝突確率は逆転している。このように斜面と注目する構造物の位置関係に応じて残存距離ハザード曲線を評価することができ、残存距離に対応した衝突確率を評価することができる。

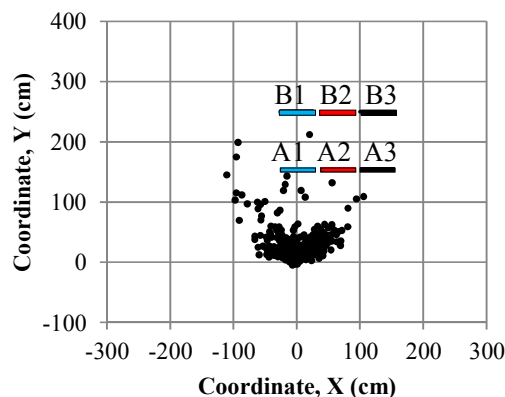


図 3.4-2 衝突確率算定のために仮定した構造物の位置

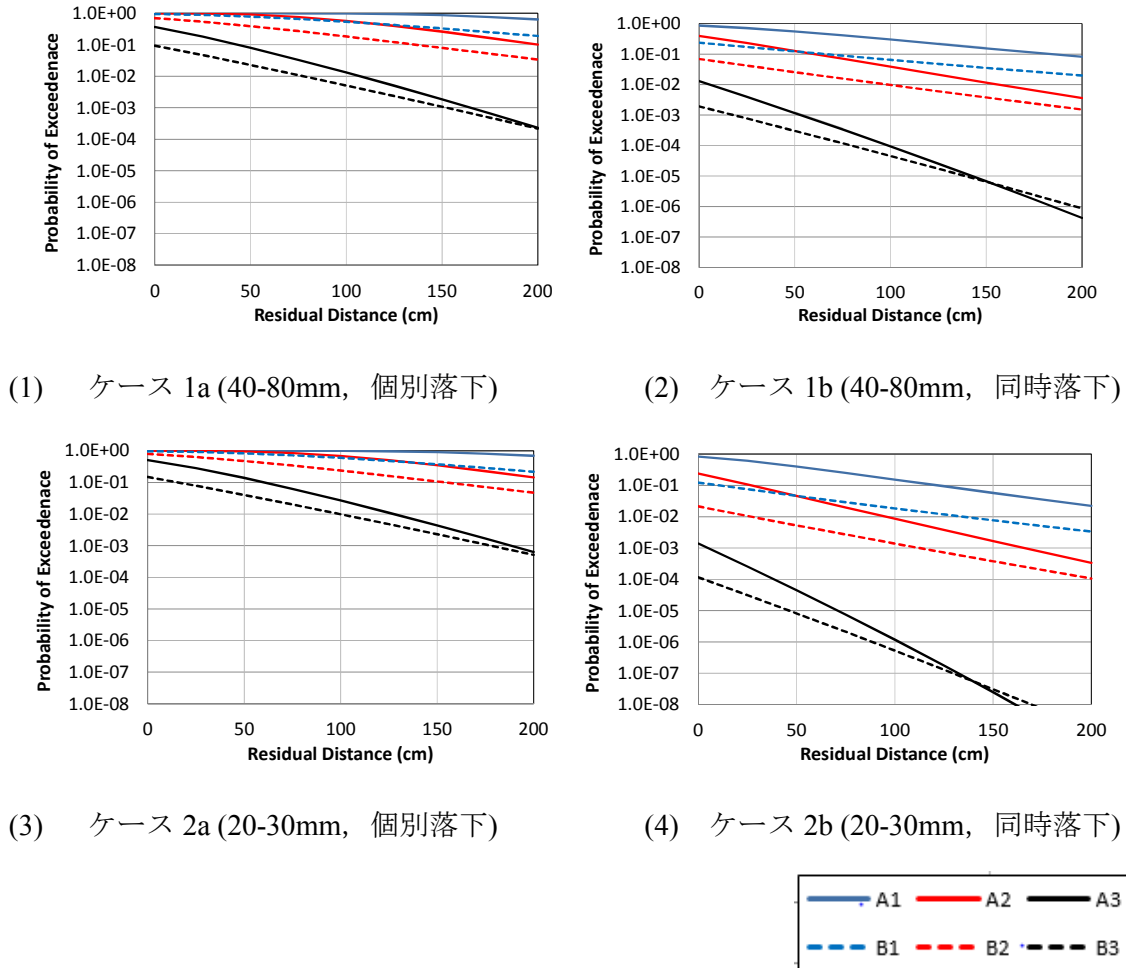
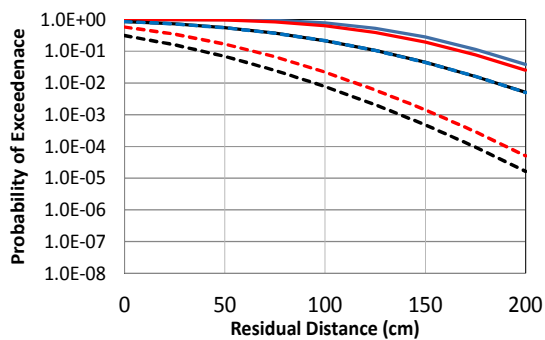


図 3.4-3 落石実験結果の対数正規分布による衝突確率，残存距離ハザード

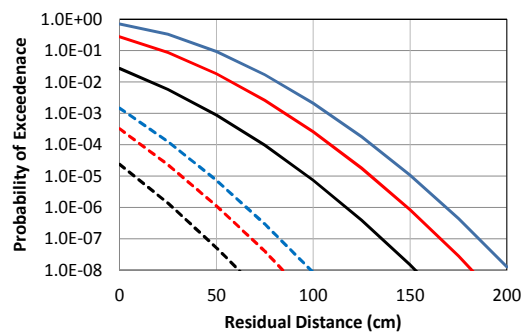
b) GMMによる確率分布に基づくハザード曲線

ここでは 3.3.2 に示した GMM を用いてモデル化した確率分布を用いて評価した残存距離ハザードを示す。4 ケースの実験結果に対する残存距離ハザード曲線を図 3.4-4 に示す。全体的に到達方向に対数正規分布を用いた図 3.4-3 に比べて小さい超過確率となっている。特に残存距離が大きい領域では差が大きく、対数正規分布を用いている図 3.4.3 では直線的に低下しているのに対して、GMM（正規分布）を用いている場合は曲線的に急激に確率が小さくなっている。この理由は正規分布と対数正規分布の裾の部分の大きさの違いが反映されているためであり、データが少ない外挿領域ではその差が顕著となっている。外挿領域では採用するモデルに大きく依存して推定値が決まることは

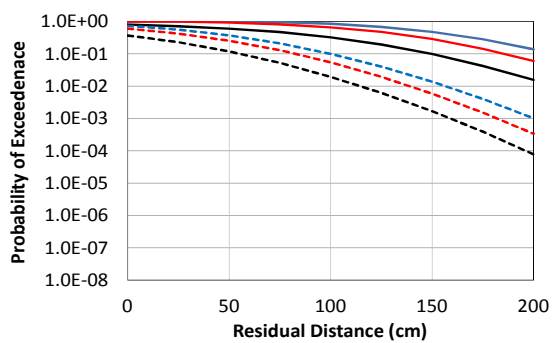
当然であり、基本的に外挿による確率評価は信頼性の観点から問題があることを認識する必要がある。



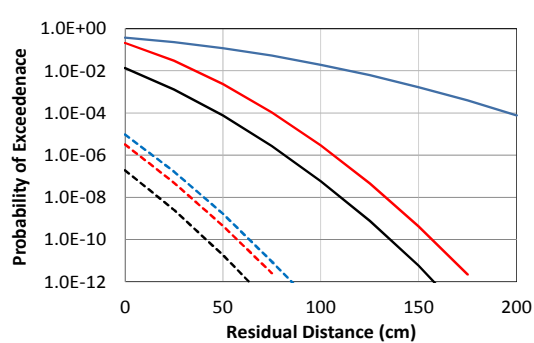
(1) ケース 1a (40-80mm, 個別落下)



(2) ケース 1b (40-80mm, 同時落下)



(3) ケース 2a (20-30mm, 個別落下)



(4) ケース 2b (20-30mm, 同時落下)

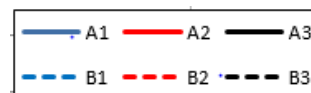
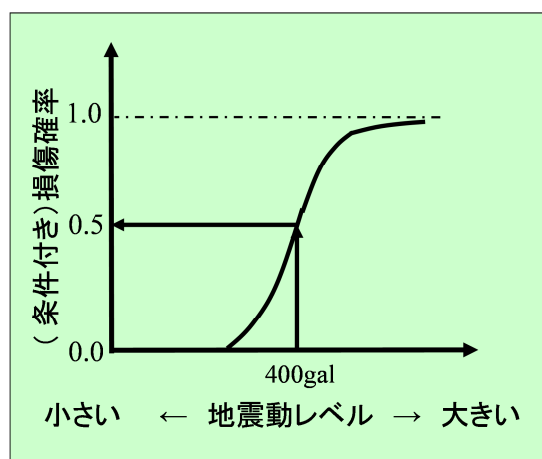


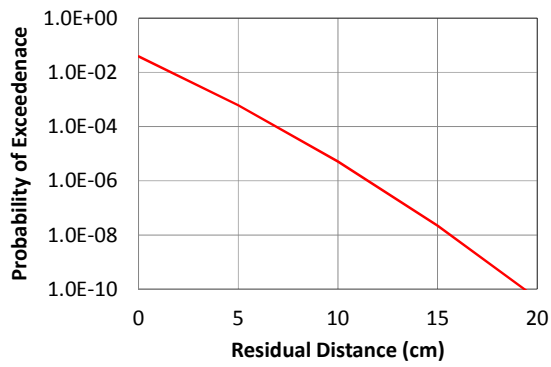
図 3.4-4 落石実験結果の EMA+GMM による衝突確率, 残存距離ハザード

3) 衝突ハザードとフラジリティー

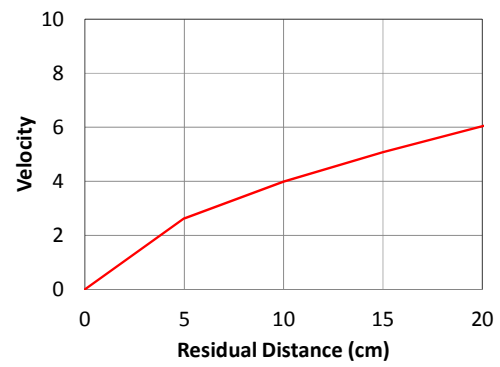
斜面崩壊により岩塊が注目する構造物に衝突し、損傷をもたらす確率を評価するための流れを図 3.4-5 に示す。これまでに示したように残存距離の形でハザードを評価することができるが、残存距離はフラジリティー（構造物の耐力）と直接関係付けるのは困難である。そのため、残存距離ハザードを衝突速度ハザードへ変換する。別途行われている実験から残存距離と衝突速度の関係を評価することを予定しており、その結果から図の(2)に示すように両者の関係をモデル化する。その関係から(3)に示すように衝突速度ハザードを評価することができる。その際に衝突速度と残存距離の関係に大きな不確実性が伴うためにその影響も考慮する必要がある。これに対して衝突速度に関する構造物（施設）の損傷度曲線（fragility）を構築すると損傷確率を算定することができる。図の(3)では例として平均 8、標準偏差 0.8 の損傷度曲線を示した。こうした損傷度曲線は限界状態、対象とする構造物に従って実験的、あるいは数値解析的検討により算定する必要がある。

図 3.4-5 で求められるのは斜面崩壊が生じた場合の条件付きの損傷確率であることに注意を要する。全確率の評価が必要であるがそれは容易ではない。効率的な全確率の算定方法の構築は今後の課題であろう。最終的には以下のイラストに示すように地震動強度に対する損傷確率として与えられる損傷度曲線までまとめることが理想であろう。

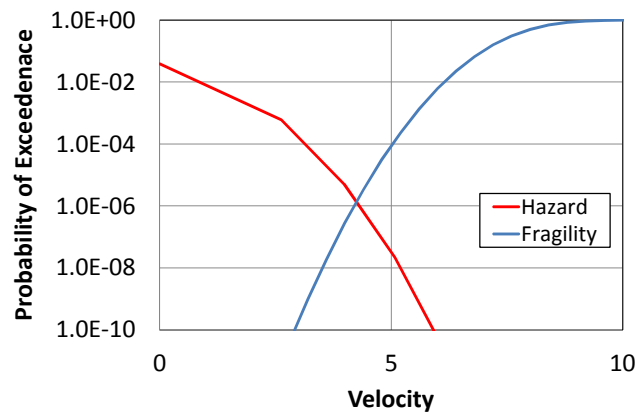




(1) 残存距離ハザード



(2) 速度と残存距離の関係



(3) 衝突速度(Hazard)と損傷度曲線 (Fragility)

図 3.4-5 岩塊崩落による損傷確率評価の考え方

4.1.4 仮想施設に対する評価事例

仮想施設とその周辺斜面について、付録 A に示したガイドライン案に従って、1)崩壊領域の評価、2)斜面と岩塊のモデル化と崩壊解析、3)対象構造物へのハザード評価、を行った例を紹介する。1)から 2)については別途の報告書で述べ、本報告書では 3)に関して、到達位置のモデル化と残存距離ハザードについて報告する。

1) 岩塊の到達位置のモデル化

3次元 DEM など落石の数値解析を行う場合はその粒子（要素，岩塊のモデル）数が数十万から数百万に及ぶ場合がある。しかし，図 4.1-1 に示すように対象構造物の衝突に関する粒子はそのごく一部であり，全て確率分布モデル化の対象とすることは現実的ではない。そこで，以下の関数を用いて粒子の抽出を行う。図 4.1-2 に関数形の鳥瞰図を示す

$$P = \begin{cases} 1, & r - r_0 < 0 \\ \exp\left(-\frac{r^2 - r_0^2}{s^2}\right), & otherwise \end{cases}$$

ここで， $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ であり， (x, y) は粒子の座標位置である。 (x_0, y_0) ， r_0 ， s は解析者が決めるパラメタである。 (x_0, y_0) を中心とする半径 r_0 の範囲にある粒子は全て抽出され，その外側にある粒子は上記確率に従って抽出される。 s が大きいと遠くまで，小さいと近くの粒子だけをサンプリングする。極端な例として s が 0 の場合は r_0 よりも遠い粒子は全て捨てることとなる（全くサンプリングされない）。この関数で表される確率に従ってまず衝突に関連する粒子を抽出し，その抽出した粒子の確率分布を前述の GMM でモデル化を行う。

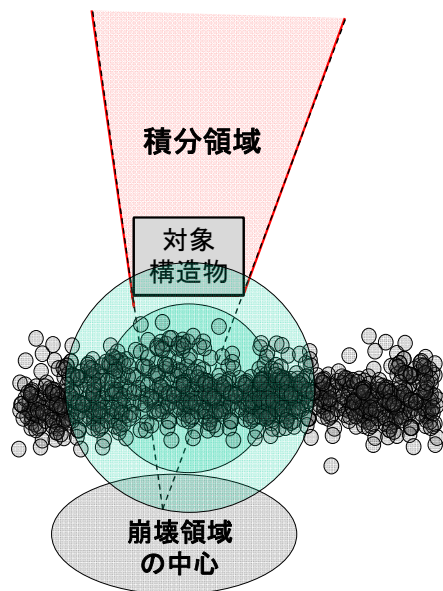


図 4.1-1 衝突に関係のある粒子抽出の概念

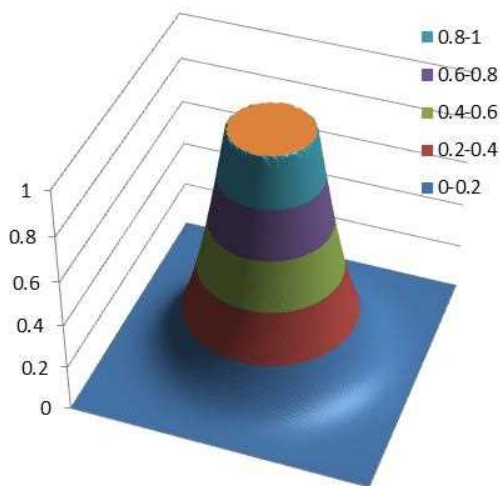


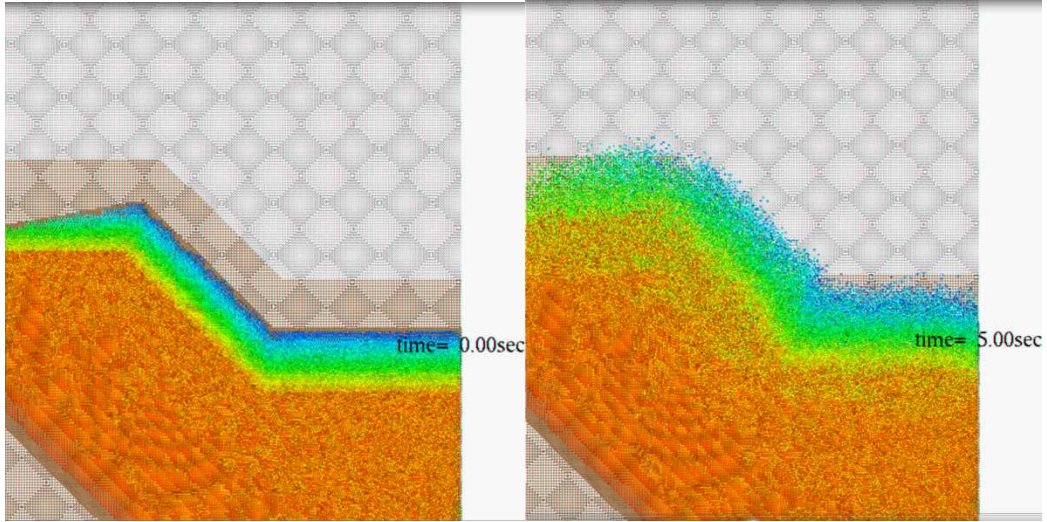
図 4.1-2 粒子抽出のための確率の分布の鳥瞰図

2) 岩塊の到達位置のモデル化と残存距離ハザード

別途実施した 3 次元 DEM により図 4.2-1 に示した岩塊分布が得られている。最終時刻の粒子の分布からその確率分布を評価する。213921 個の粒子（要素，固定要素を含む）からなる DEM 解析であり，それらすべてを用いたモデル化は困難が予想されるため 4.1 で述べた方法で構造物の周辺の粒子の抽出を行う。対象とする構造物は図 4.2-2 に検討の対象とした構造物 A（対角線の座標は (110, 130) , (140, 140)）と B（対角線の座標は (110, 110) , (140, 120)）を示す。抽出のための関数のパラメタである半径 $r_0=20, 25, 30, 40\text{m}$ の 4 つのケースに対して，それぞれ 3519, 6359, 10153, 19287 個の粒子が抽出された。これらをケース 1, 2, 3, 4 と呼び，図 4.2-3 に各ケースの抽出された粒子の分布を示す。参考までに構造物 A の位置も示している。当然のことながら半径 r_0 が大きくなると粒子が多くなり，広い範囲に分布することになる。抽出のための中心座標は (120, 120)， s は 10 とした。これらの座標は対象とする構造物に合わせて解析者が設定する。今回の構造物 A と B については同じパラメタとした。図 4.2-3 に示した粒子の分布を GMM でモデル化する。GMM の個数と BIC の関係を図 4.2-4 に示す。粒子の個数が多くなるに従い BIC 最小となる個数が多くなっていることがわかる。BIC 最小となるときの GMM の重ね合わせ個数を用いて推定した確率分布を図 4.2-5 に示す。それぞれケース 1 から 4 について残存距離ハザードを算定した結果を図 4.2-6 に示す。衝突確率算定のための落石の中心座標は (100, 50) とした。ケースによって残存距離ハザードが大きく異なる結果となった。前述のように外挿範囲であるため大きな違いが現れたと考えられる。同様にして構造物 B についても計算を行った。図 4.2-7 に抽出された粒子と構造物 B の関係を示す。抽出された粒子は構造物 A の場合と同様である。残存ハザードを図 4.2-8 に示す。構造物 A に比べれば安定した結果が得られている。構造物 B の方がデータが多い領域での確率評価であるためである。すなわち，構造物 A に対する評価は外挿領域であるのに対して構造物 B は内挿領域であるためと考えられる。

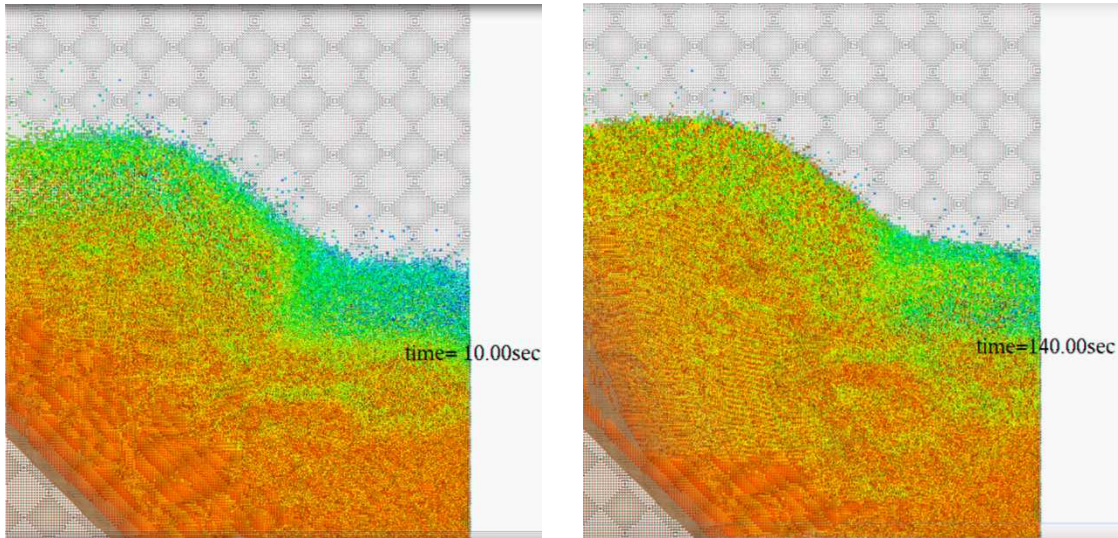
さらに DEM 解析条件を変化させ，多少のばらつきを与えたケースについて同様の計算を行う。以下，この多少のばらつきを与えた 2 つのケースを DEM0.3, DEM0.6 と記述する。粒子は前述のケース 4（一番多くの粒子のケース）について検討を行った。抽出した粒子と構造物 A の関係を図 4.2-9 に示す。BIC と GMM の個数の関係を図 4.2-10 に，最終的に得られた確率分布を図 4.2-11 に示す。図 4.2-12 に構造物 A に対する衝突ハザードを示す。

構造物 A を対象として，粒子の抽出に関するケース 1,4 について GMM の個数と衝突確率の関係を図 4.2-13 に示す。DEM の解析条件はばらつきを考えていない基本ケースとした。GMM の個数と確率の関係は安定的でなく採用するモデル（この場合は GMM の個数）の影響も大きいことがわかる。



(1) 時刻 0 秒

(2) 時刻 5 秒



(3) 時刻 10 秒

(4) 時刻 140 秒

図 4.2-1 DEM による解析結果の岩塊の移動の様子

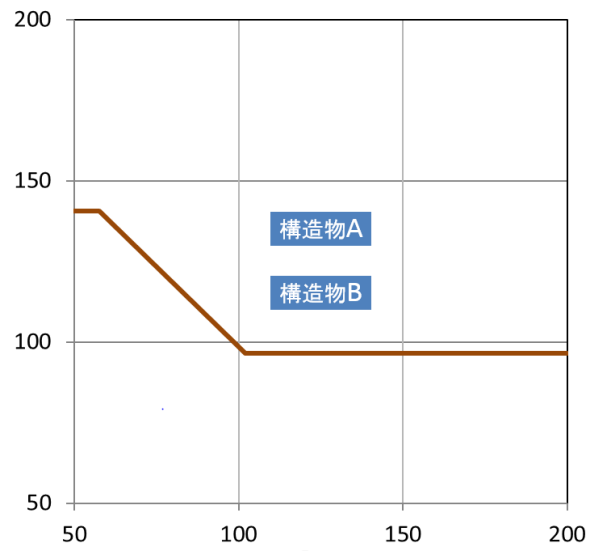
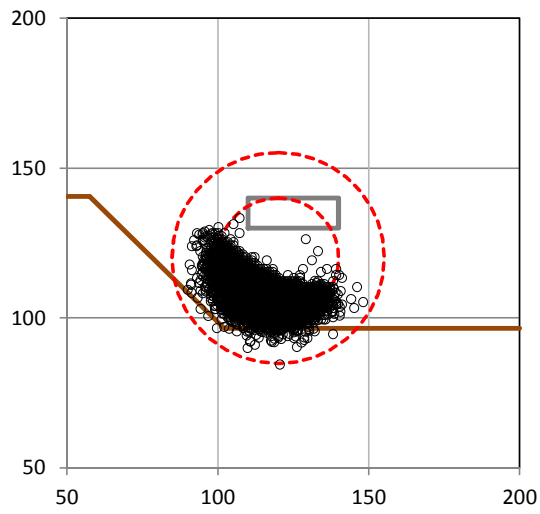
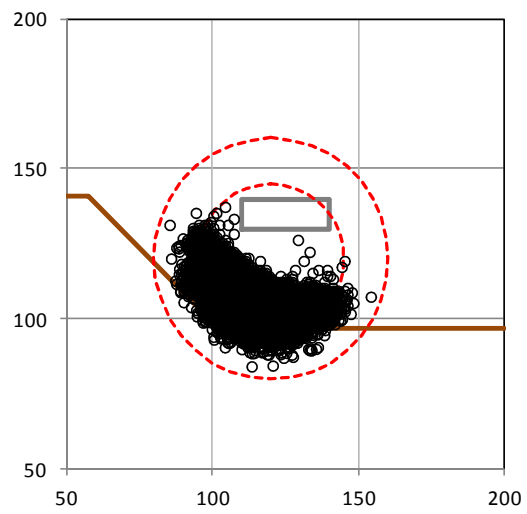


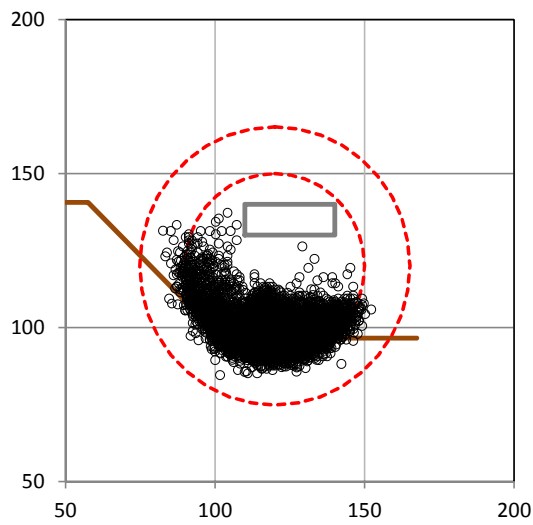
図 4.2-2 構造物 A と B の位置



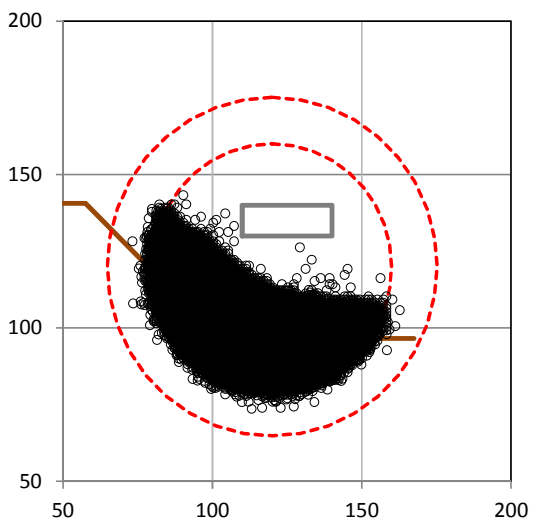
(1) ケース 1 ($r_0=20\text{m}$)



(2) ケース 2 ($r_0=25\text{m}$)

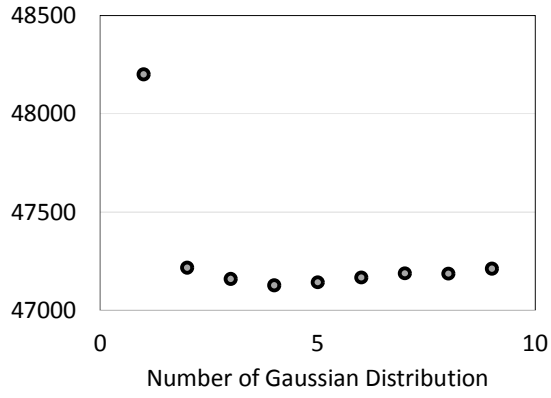


(3) ケース 3 ($r_0=30\text{m}$)

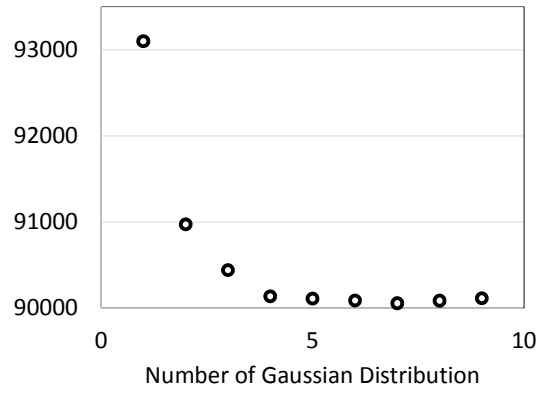


(4) ケース 4 ($r_0=40\text{m}$)

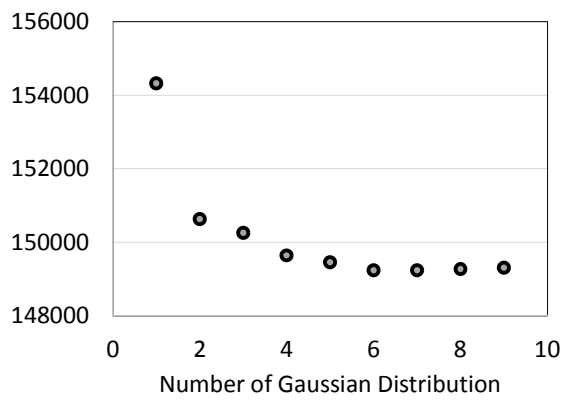
図 4.2-3 DEM 解析結果から抽出した粒子の分布，構造物 A



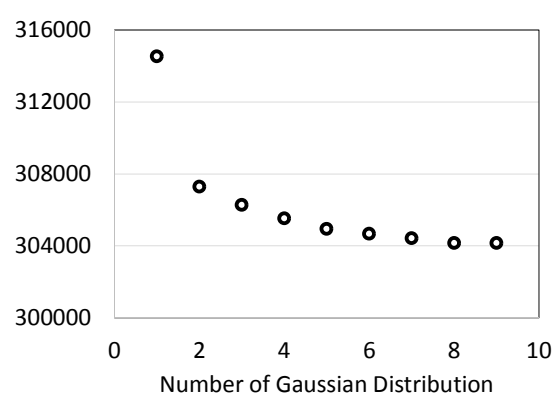
(1) ケース 1 ($r_0=20\text{m}$)



(2) ケース 2 ($r_0=25\text{m}$)

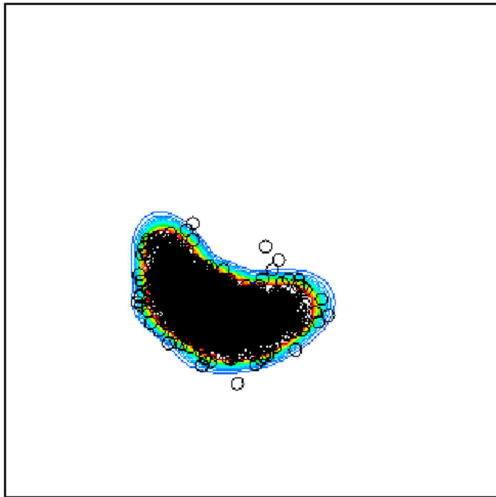


(3) ケース 3 ($r_0=30\text{m}$)

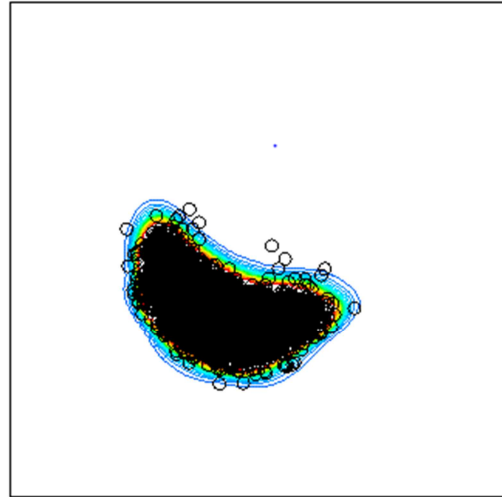


(4) ケース 4 ($r_0=40\text{m}$)

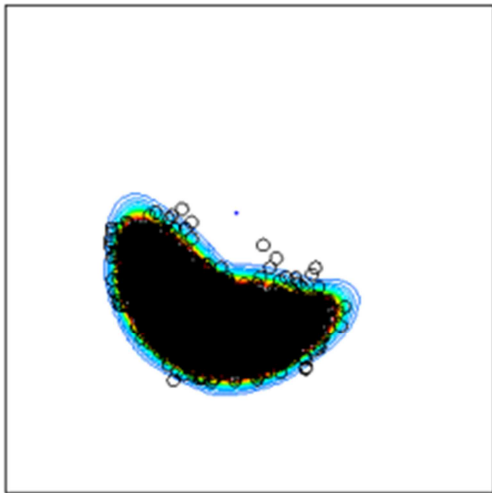
図 4.2-4 BIC と GMM の個数, 構造物 A



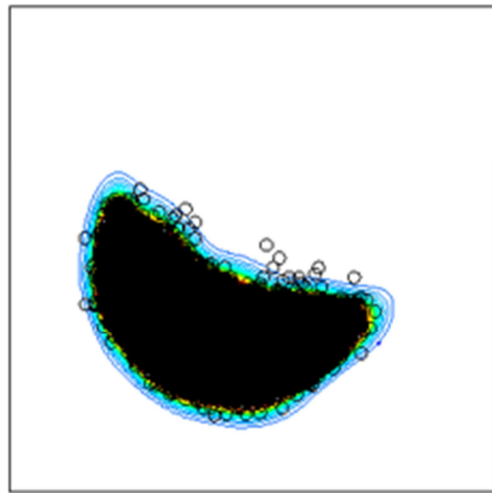
(1) ケース 1 ($r_0=20\text{m}$)



(2) ケース 2 ($r_0=25\text{m}$)

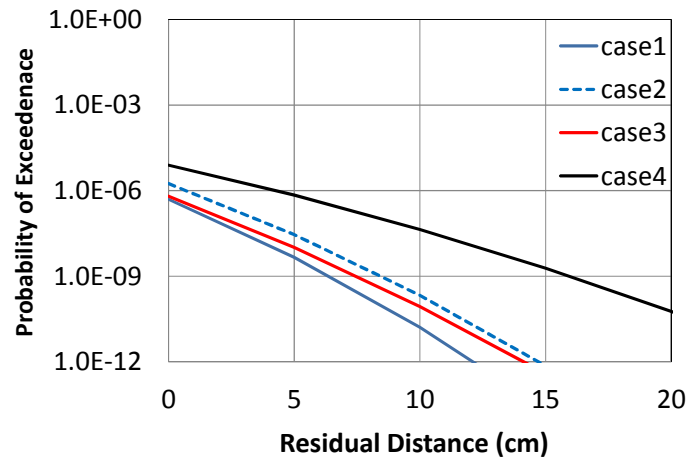


(3) ケース 3 ($r_0=30\text{m}$)

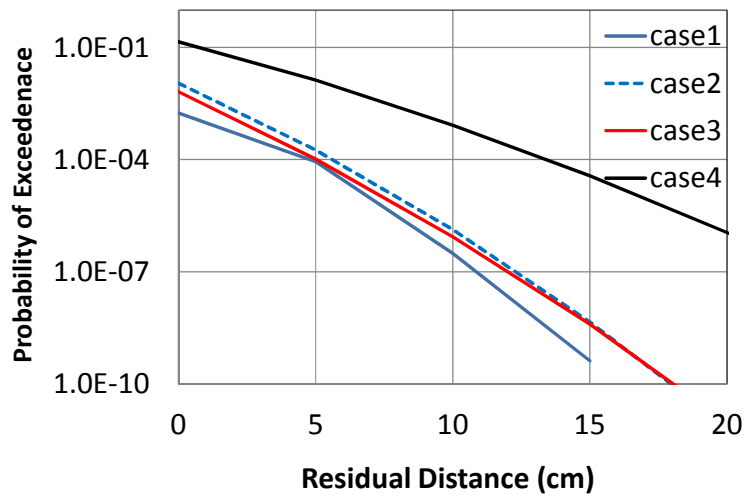


(4) ケース 4 ($r_0=40\text{m}$)

図 4.2-5 各ケースの GMM による確率密度分布のコンター

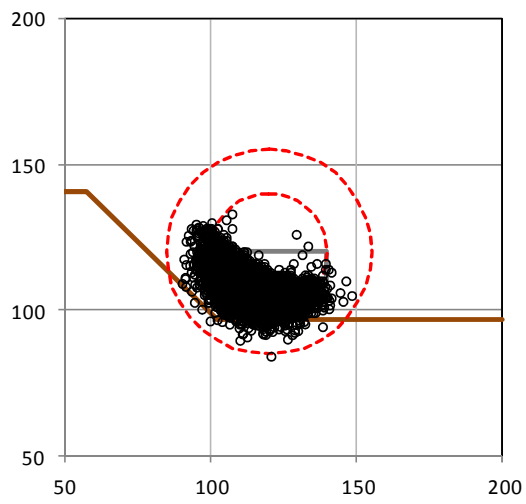


(1) 落石 1 個を考慮した場合

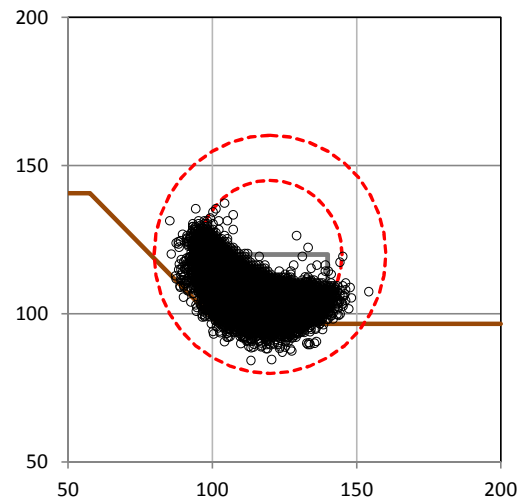


(2) 落石の総数を考慮した場合

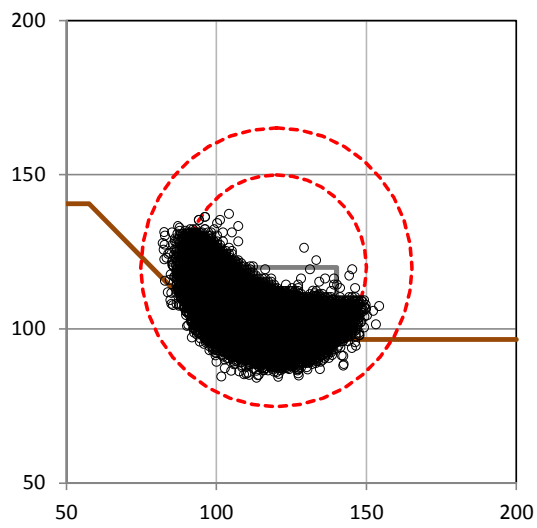
図 4.2-6 抽出領域の大きさ と 構造物 A に対する 残存距離ハザード



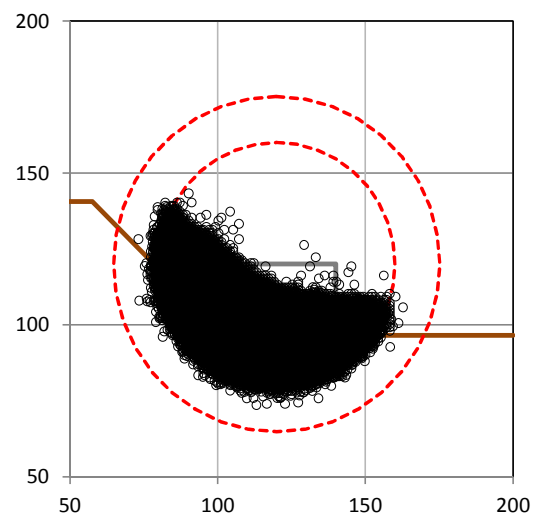
(1) ケース 1 ($r_0=20\text{m}$)



(2) ケース 2 ($r_0=25\text{m}$)

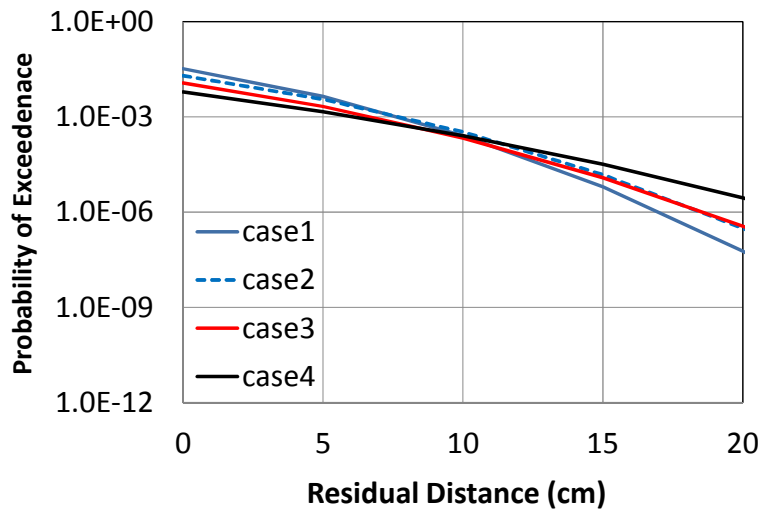


(3) ケース 3 ($r_0=30\text{m}$)

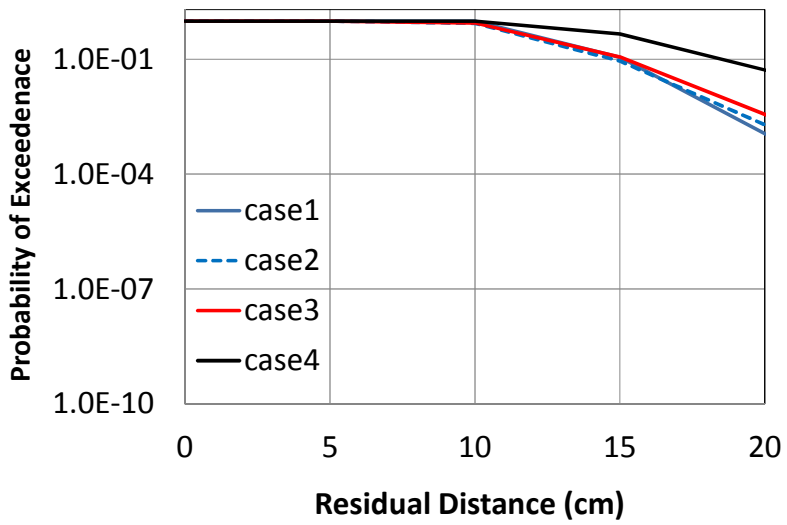


(4) ケース 4 ($r_0=40\text{m}$)

図 4.2-7 構造物 B と DEM 解析結果より抽出した粒子（要素）の分布

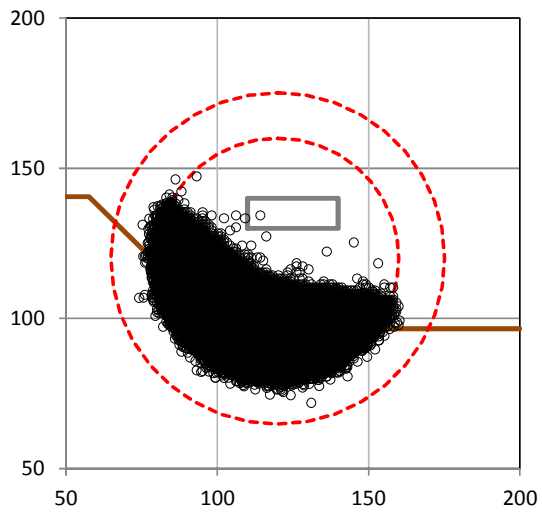


(1) 落石 1 個を考慮した場合

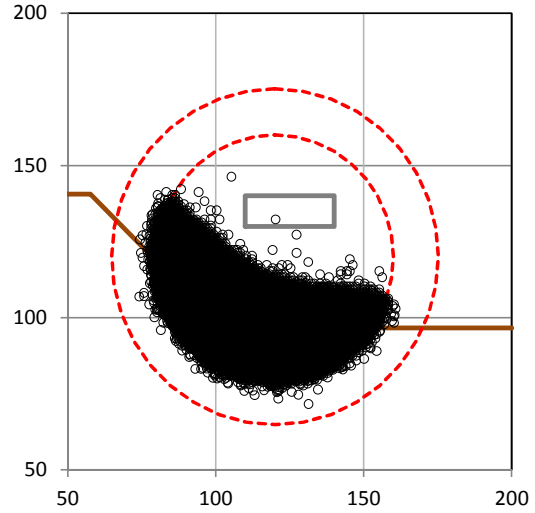


(2) 落石の総数を考慮した場合

図 4.2-8 構造物 B に対する残存距離ハザード

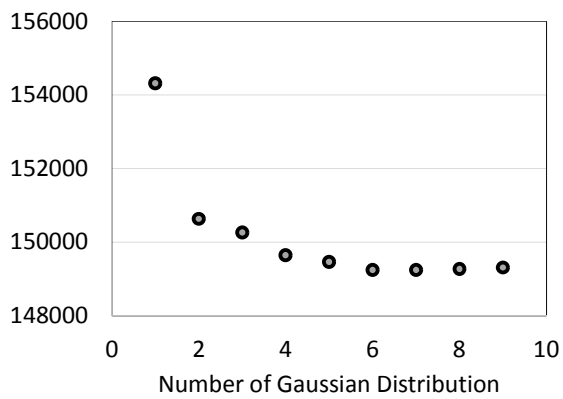


(1) DEM 0.3 ($r_0=40m$)

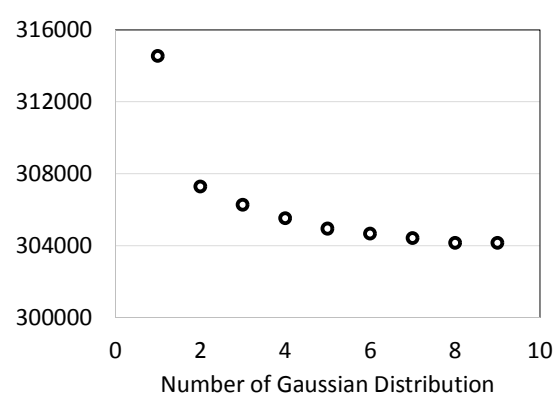


(2) DEM 0.6 ($r_0=40m$)

図 4.2-9 構造物 A とばらつきを大きくした DEM 解析結果より抽出した粒子の分布

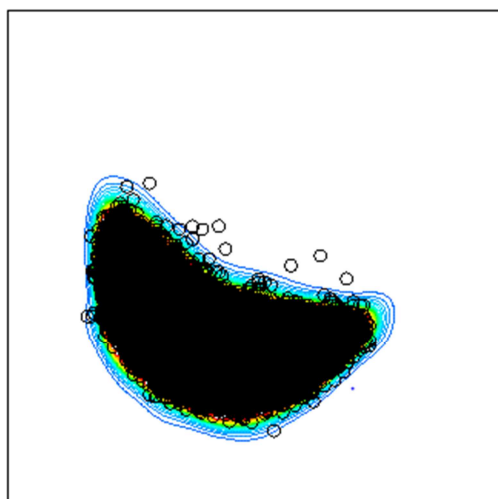


(1) DEM 0.3 ($r_0=40m$)

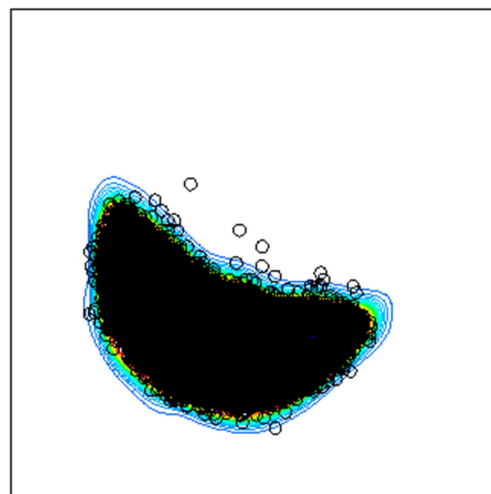


(2) DEM 0.6 ($r_0=40m$)

図 4.2-10 BIC と GMM の個数, 構造物 A
ばらつきを大きくした DEM 解析結果

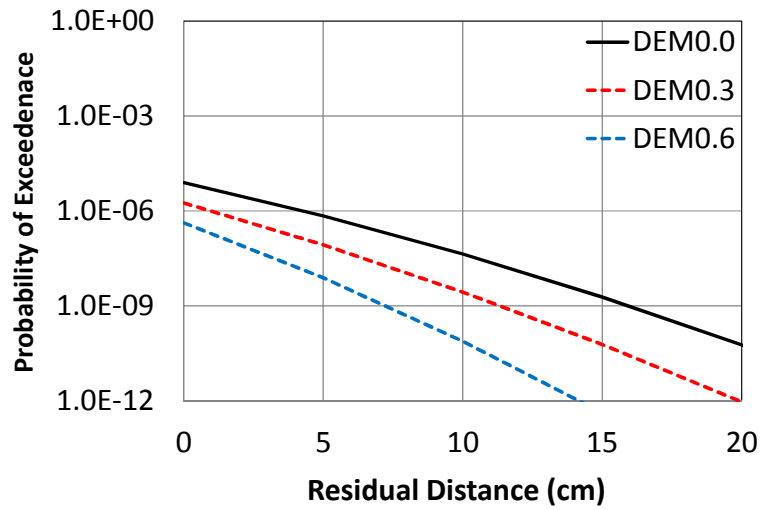


(1) DEM 0.3 ($r_0=40\text{m}$)

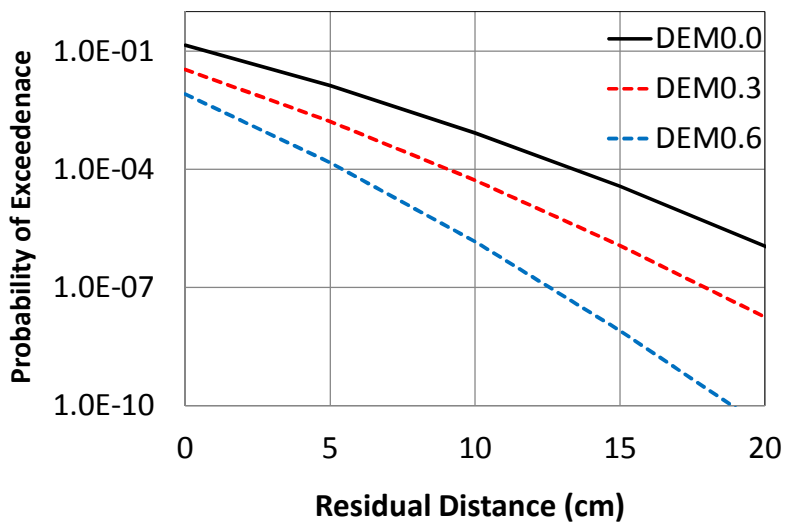


(2) DEM 0.6 ($r_0=40\text{m}$)

図 4.2-11 評価された確率密度分布
ばらつきを大きくした DEM 解析結果



(1) 落石 1 個の場合



(2) 落石の総数考慮

図 4.2-12 構造物 A に対する残存距離ハザード
抽出領域の大きさケース 4, ばらつきを大きくした DEM 解析結果

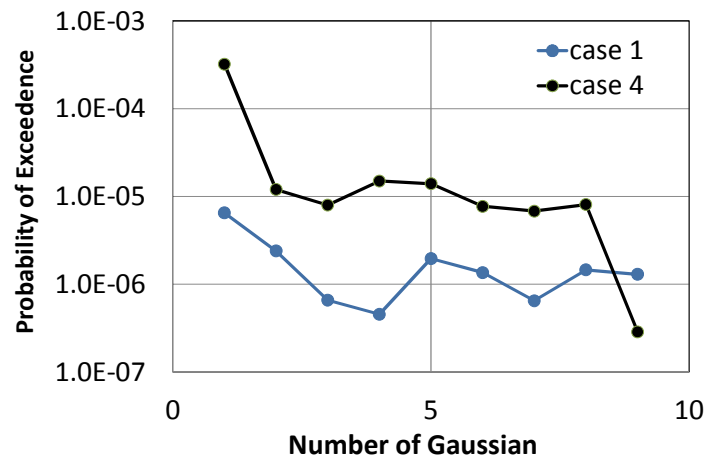


図 4.2-13 GMM の個数や選択する領域 (case1,4) と構造物 A に対する衝突確率

4.1.5 まとめ

付録 A に示したガイドライン案では、1)崩壊領域の評価、2)斜面と岩塊のモデル化と崩壊解析、3)対象構造物へのハザード評価、の3つの項目から斜面崩壊の影響を評価する。本報告書では2)については質点系解析による実験の再現解析結果について報告し、3)については実験結果とDEM解析結果に基づく到達位置のモデル化と残存距離ハザードの算定をそれぞれ報告した。

斜面崩壊による岩塊の到達位置に関して、方向別に対数正規と正規分布を用いたモデル化、および混合ガウスモデルGMM(Gaussian Mixture Model)を用いたモデル化を行い、衝突ハザードの評価を行った例を紹介した。単純な2次元地形であれば方向別のモデル化も可能であるが、実際の斜面は複雑な3次元形状をしており、崩壊した土塊の到達分布は地形に依存した複雑な形になることが容易に想像される。複雑な特性を持った確率密度分布を表す手法として、複数のガウス型確率密度分布の和として表現する混合ガウスモデルGMM(Gaussian Mixture Model)が知られており、その推定法としてEMアルゴリズムを用いる方法がある。その考え方、定式化及び簡単な数値計算例を示した。その結果、方向別のモデル化とGMMによるモデル化の比較を行ったが外挿領域では大きな違いが現れた。適用範囲を考えて結果の解釈を行うことが必要であろう。

仮想施設に対する評価事例としてDEMで行った崩壊解析結果に対してGMMで岩塊の到達位置をモデル化し衝突ハザードの評価を行った例を示した。現状では残存距離ハザードとして提示したが、別途行われている実験結果から残存距離と衝突速度の関係をモデル化して衝突速度ハザードとして評価することが好ましい。外挿領域の構造物AではGMMの個数に依存するなど不安定な結果になった。これも将来課題であろう。

以上のようにガウス分布などを用いて岩塊到達位置をモデル化してその衝突確率や衝突速度分布を推定することも一つ方向性であるが現状では不安定な結果となった。DEM や質点系解析を用いた方法により岩塊到達位置を繰り返し計算することで、衝突や衝突速度の確率分布を数値的に算定することが有望な方向性と考えられる。本報告書では質点を用いた方法により実験結果の再現解析を試みた結果も示した。ある程度の再現は可能であるものの、そのパラメタは状況によって変化するため(同時落下と個別落下)、DEM で一度計算してそれを再現できる質点系手法のパラメタを決めた後に確率算定のための計算を行うなどの工夫が必要かもしれない。アルゴリズムの改良も含めてさらなる検討が必要である。

4.2 解析モデルの作成と斜面崩壊後のリスク評価手法の適用性検討

4.2.1 はじめに

近年、原子力発電所関連施設のリスク評価プロセスにおいては、基準地震動に対する安全性の照査だけでなく、想定を超える地震が生じた場合、これに起因する斜面崩壊や落石が重要構造物やアクセス道路などへ与える影響も評価することが求められる方向にある^{1),2),3),4),5)}。

評価の流れとして、1) 想定を超える地震が生じた場合に崩壊する想定できる領域を設定し、2) この領域がすべて崩落すると仮定したときの、崩壊土砂の到達距離および土量を数値解析により算定し、3) 算定結果に基づき、重要構造物やアクセス道路などへ与える影響を評価する、という手順が考えられる。

本検討では、2)の崩壊土砂の到達距離を算定するための簡易手法を提案し、その妥当性を検討するものである。1)では、斜面安定解析等で安全率を下回るすべり面群を包絡するすべり面より上部に設定することが考えられる。この崩壊領域を、現地CAD図等からおこした斜面三次元データ上に、適切な大きさの要素に分割し、全体がすべり面に沿って自重で滑落する土塊としてモデル化することで保守的な評価が可能となる。3)の重要構造物に与える影響の評価については、別途検討が進んでおり⁶⁾。2)で計算した計算結果を3)の検討へ受け渡すことができる。

ここで、評価の方針として、a)岩石の衝突問題においては、わずかな衝突角度の違いがその後の運動に及ぼす影響が大きく、いかに精度よく岩塊形状をモデル化したとしても、確定的にその経路、速度の時系列や到達距離を予測することは難しく、b)実際の斜面においては凹凸もあり、斜面を構成する地盤種別等も多様なので、確定的評価はさらに困難である、c)したがって、岩塊の到達位置等は確率分布で評価することが妥当である、という考えを基本としている。

さて、2)の算定のため、どのような手法を用いてもよいが、本研究では個別要素法⁷⁾(以下DEMと言う)による簡易なモデル化⁸⁾を用いた検討を行う。

本検討では、まず、仮想斜面モデルを想定し、上記評価を試みる。次に、簡易モデルの信頼性を高めるため、昨年度、JNESが実施した実験に対するシミュレーション検討を実施する。

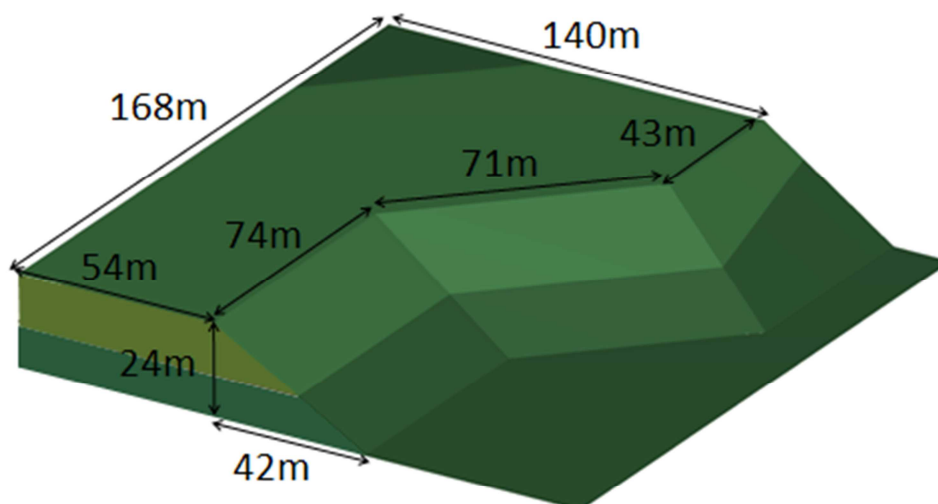
4.2.1 原子力発電施設を対象とした崩壊挙動の評価に用いる解析モデルの考え方

1) 崩壊領域の評価

a) 仮想斜面モデル

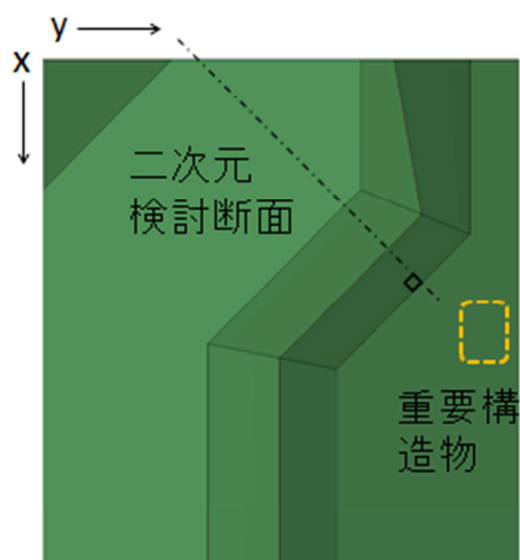
本検討で対象とする仮想の斜面モデルを図 2.1 に示す。

仮想の斜面モデル(鳥瞰図)



2

仮想の斜面モデル(平面図)



3

図 2.1 仮想の斜面モデル

b) 崩壊領域の評価

崩壊土塊の影響評価の手順として、まず、評価対象構造物を含んだ2次元あるいは3次元の斜面モデルによる斜面安定解析を実施して崩落領域を設定することになっている。解説では、「現状の地盤や周辺斜面の安定性検討で用いられている等価線形化法による2次元動的有限要素法に基づいて崩壊領域を評価してもよい。ただし、その場合は安全側に考え、適切に定めた安全率を下回る全てのすべり線を対象とする。それらについて、すべてのすべり面群を崩落する曲面かまたは、面外方向に水平に延長したすべり面群の包絡面を仮想崩落面（すべり面）とし、それより上部にある土塊すべてが崩落すると仮定する。可能性のあるすべり面をすべて包絡して設定するため、現実よりも相当大きめの設定となる可能性がある。」とある。本検討では、斜面の安定解析で、安全率を下回る円弧群に着目し、これらをすべて包絡するすべり面を、図2.2のように設定し、斜面の崩壊範囲を定めた。

三次元的な崩壊領域を、図2.3に示す。すべり面が、安全率を下回る円弧が通過しなかった地盤物性の下層を三次元的には切ってしまう場合、下層の上面をすべり面とすることができると考えた。

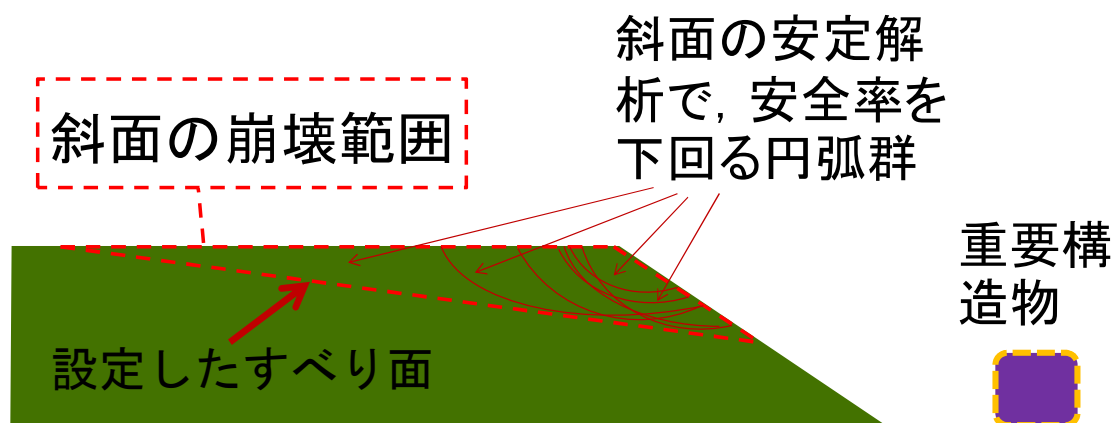
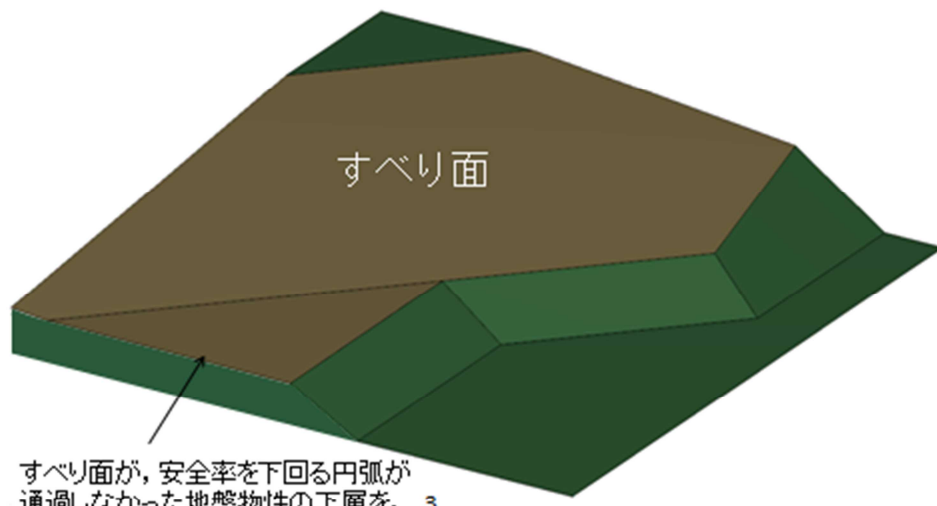
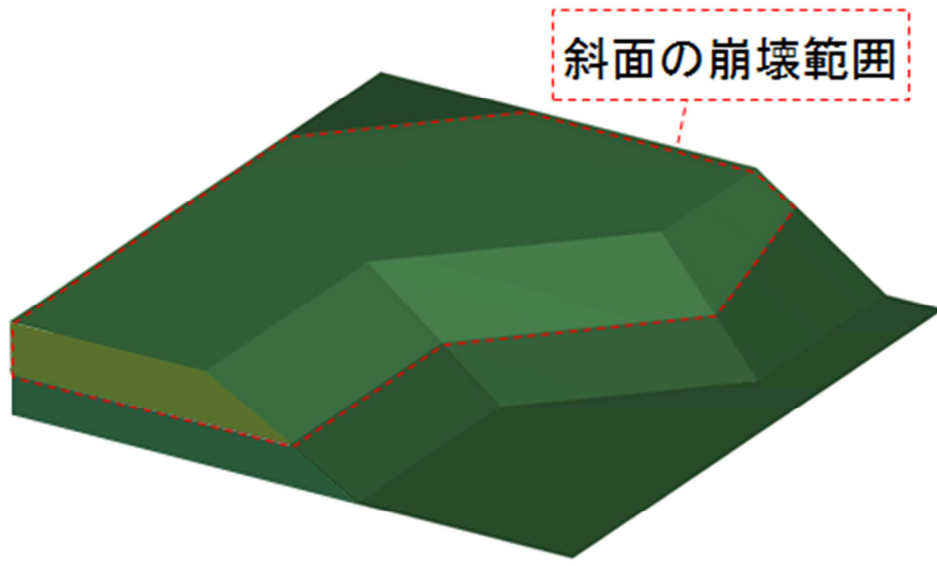


図 2.2 崩壊領域の評価



すべり面が、安全率を下回る円弧が通過しなかった地盤物性の下層を、3次元的には切ってしまう場合、下層の上面をすべり面とすることができる

図 2.3 設定された崩壊領域

2) 斜面と岩塊のモデル化と崩壊解析

a) 手法の概要

本検討で用いる手法の概要を図 2.4 に示す。XY 平面上の斜面および底面の固定球の配置間隔を直径とする。また、すべり面は、XY 平面上の固定球の配置間隔を半径とし、自重で滑動を始めるように設定する。

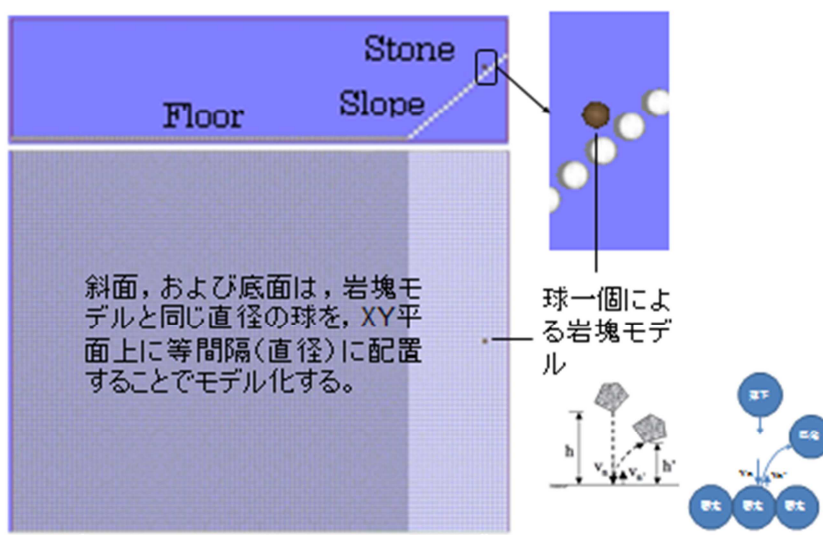


図 2.4 DEM 簡易モデル

b) 手法の妥当性確認

評価に用いる方法は不規則な形状をした岩塊が斜面を転落し、のり先において転動が減衰する様子を適切に評価する必要があり、既往の実験と整合する結果が得られる手法であることを確認しなくてはならない。ここで用いる簡易手法は、図 2.5 に示す岩塊の落下試験^{9),10)}を対象に再現計算が行われ、図 2.6 に示すように妥当性の検証が行われたものである。

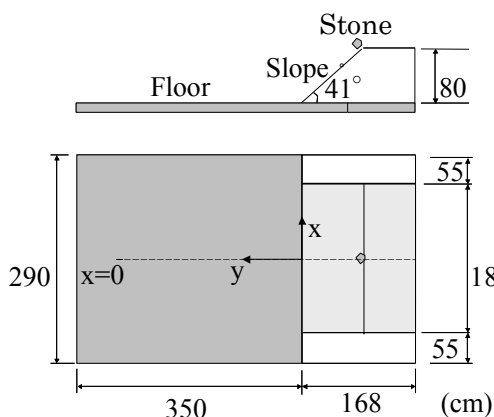


図 2.5 岩塊落下試験

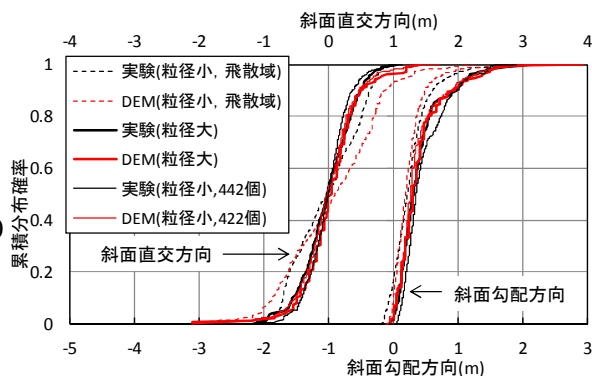


図 2.6 妥当性の検証結果

c) 適切なパラメタ設定

岩塊が転動する現地の斜面および法先平面の材質に応じ、合理的なパラメタ設定を行う必要がある。仮想崩落面と崩壊領域にある岩塊モデルとの相互作用を定める物性としては、滑動に対し、その手法の最も保守的な値を設定しなければならない。

i) 粒径

崩壊斜面のトレンチ等で明らかになった節理間隔や、掘削時排出された岩塊の大きさを参考に大きめの値とする。ただし、斜面高さに対してあまりにも粒径が大きいと分解能が悪くなる。

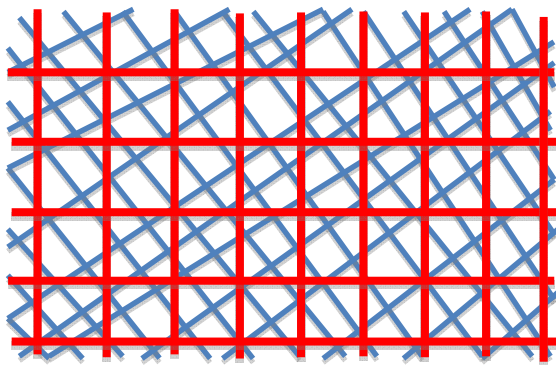


図 2.7 節理のスケッチ(青)と 1m 格子(赤),
節理間隔=岩塊サイズ: 1m

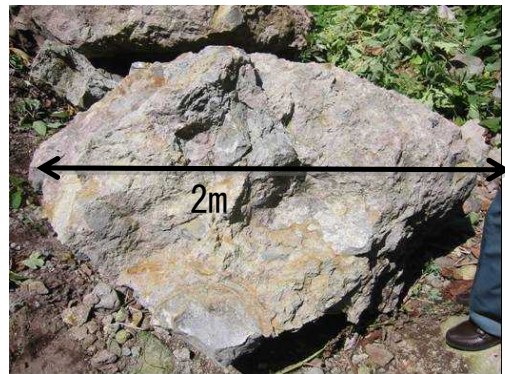


図 2.8 掘削時排出された岩塊
岩塊サイズ: 2m

ii) 反発係数

現地で反発実験を行うか、過去の事例を参照して定める。

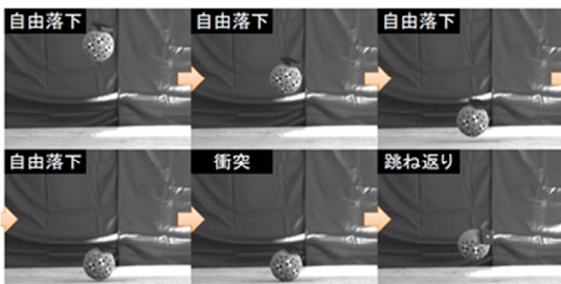


図-2.1.1 鉛直自由落下跳ね返り実験の様子 (01_ball-h1-d20・1回目)

図 2.9 現地反発実験

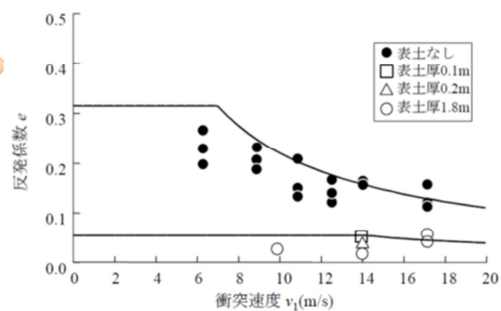


図 2.10 過去の反発実験事例¹¹⁾

iii) 粒子密度

崩壊領域の単位体積重量 γ をもとに粒子密度 ρ を定める。DEM 地盤の間隙比を e とすると、次式で計算できる。

$$\rho = \gamma (1+e)/9.8 \quad (2.1)$$

iv) 摩擦係数

図 2.11 のような材料試験を行うか、過去の事例を参照して定める。おおむね、 $20^{\circ} \sim 40^{\circ}$ の範囲である。この範囲であれば、解析結果に対する摩擦係数の感度は小さい⁸⁾。

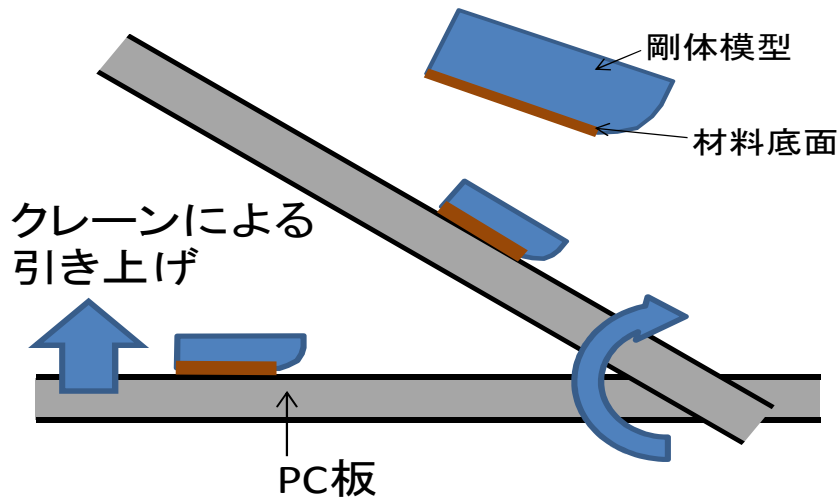


図 2.11 材料試験の例，滑動し始める勾配から静摩擦係数，移動距離から動摩擦係数を算出

表 2.1 昨年度試験結果

| 模型 | 底面状態 | 静摩擦係数 | 動摩擦係数 |
|-------------|------|-------------------------|-------------------------|
| 岩塊 | 乾燥 | 0.781(38.0°) | 0.626(32.0°) |
| 岩塊 (黒スプレー後) | 乾燥 | 0.675(34.0°) | 0.411(22.3°) |

c) すべり面のモデル

すべり面は，土塊が滑動しやすいモデルにする必要がある。本検討では，xy 平面上の固定球の直径を，斜面および底面の半分とし，配置間隔も半分として，摩擦を 0 とし保守的な設定とした。図 2.12 に対応するすべり面のモデルを図 2.13 に示す。

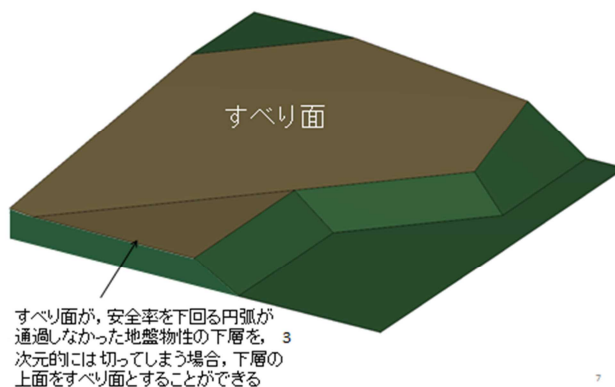
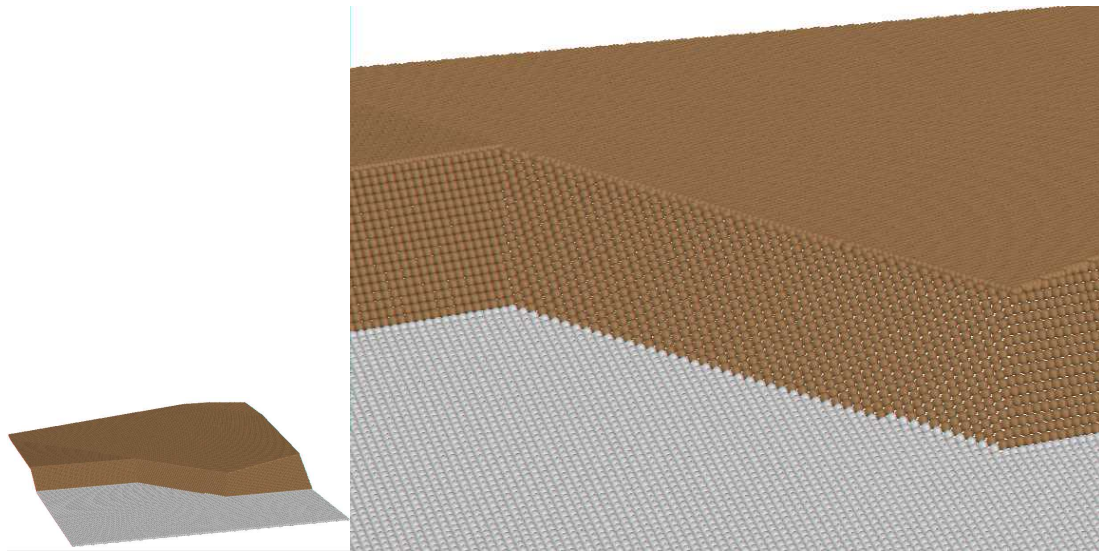
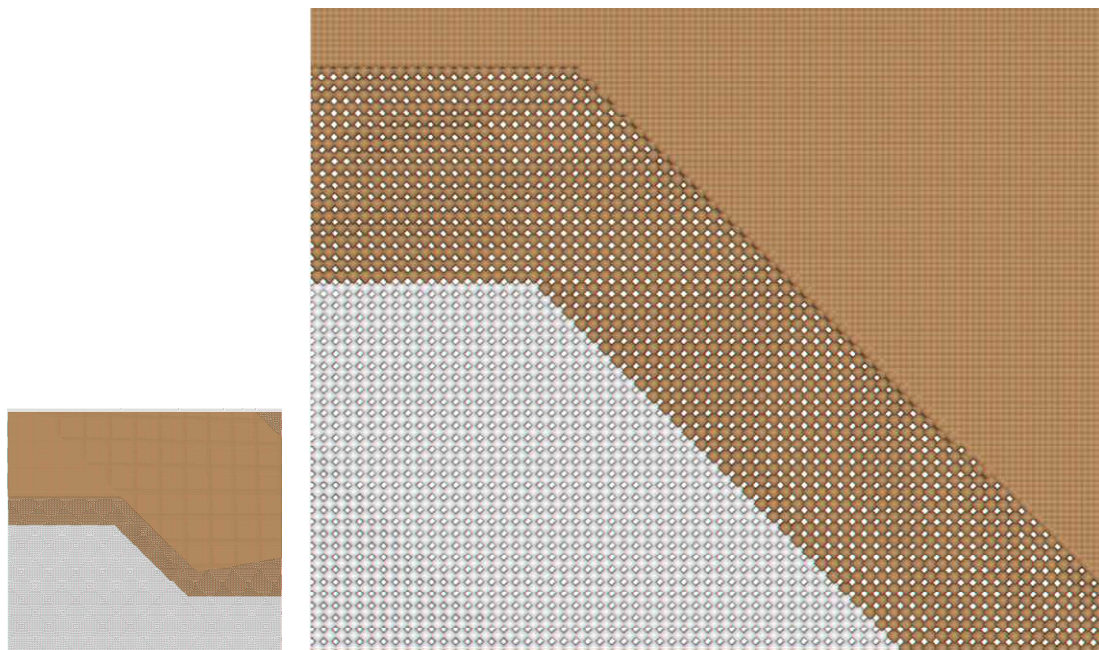


図 2.12 すべり面(図 2.3 の再掲)



(a) 鳥瞰図，右は拡大図



(b) 平面図，右は拡大図

図 2.13 すべり面のモデル化

d) 全体モデル

図 2.14 に全体モデルを示す。表 2.2 に DEM のマイクロパラメタを示す。最大反発係数が 0.3 となるようにパラメタを決めた。最大反発係数とその他のパラメタの間には次の関係がある。

$$\eta_n = \frac{|\log_e e| \cdot 2\sqrt{mk_n}}{\sqrt{\pi^2 + (\log_e e)^2}} \quad (2)$$

ここに

η_n : 法線方向減衰係数

e : 最大反発係数

m : 質量

k_n : 法線方向バネ係数

η_n : 法線方向減衰係数

本検討ではバネ係数、粘性減衰係数ともに、法線方向と接線方向を同値とした。

表 2.2 DEM のマイクロパラメタ

| | |
|-------------------------|--------------------------------------|
| 要素半径(m) | 0.5 |
| 密度(kg/ m ³) | 2,300 |
| バネ係数(N/m) | 4.9 × 10 ⁸ |
| 粘性減衰係数(N・s/m) | 40-80mmの実験用 3.3 × 10 ⁵ |
| 摩擦係数(摩擦角) | 0.58(30°) |

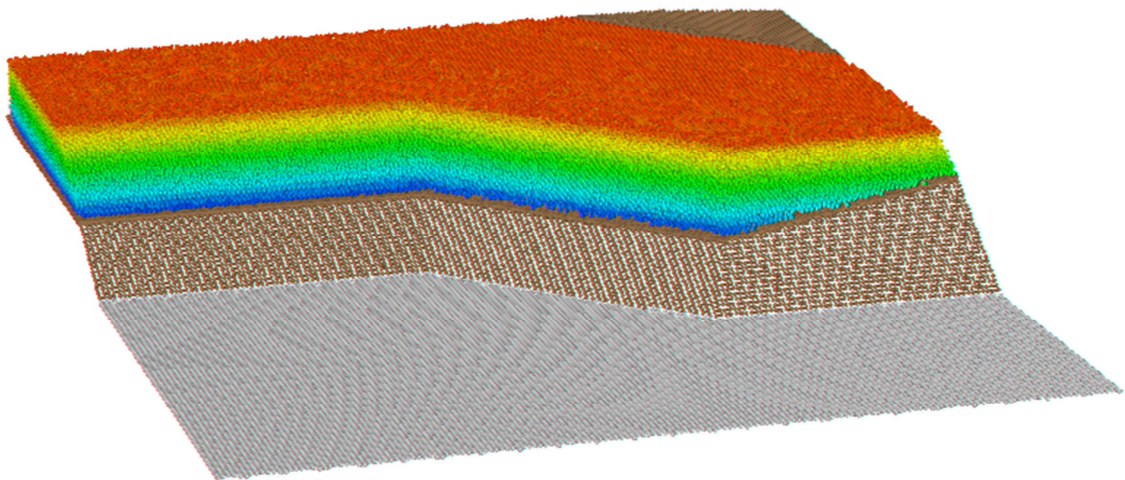


図 2.14 全体モデル，粒子数 213,921 個，崩壊領域 133,646 個，崩壊領域を初期の標高で色分けして表示

e)解析結果

解析結果を図 2.15 に示す. 最初の 10 秒間に, 自重で崩壊した土砂の第一波がほぼ最大の距離に到達した後, 覆いかぶさるように徐々に崩壊が継続している。

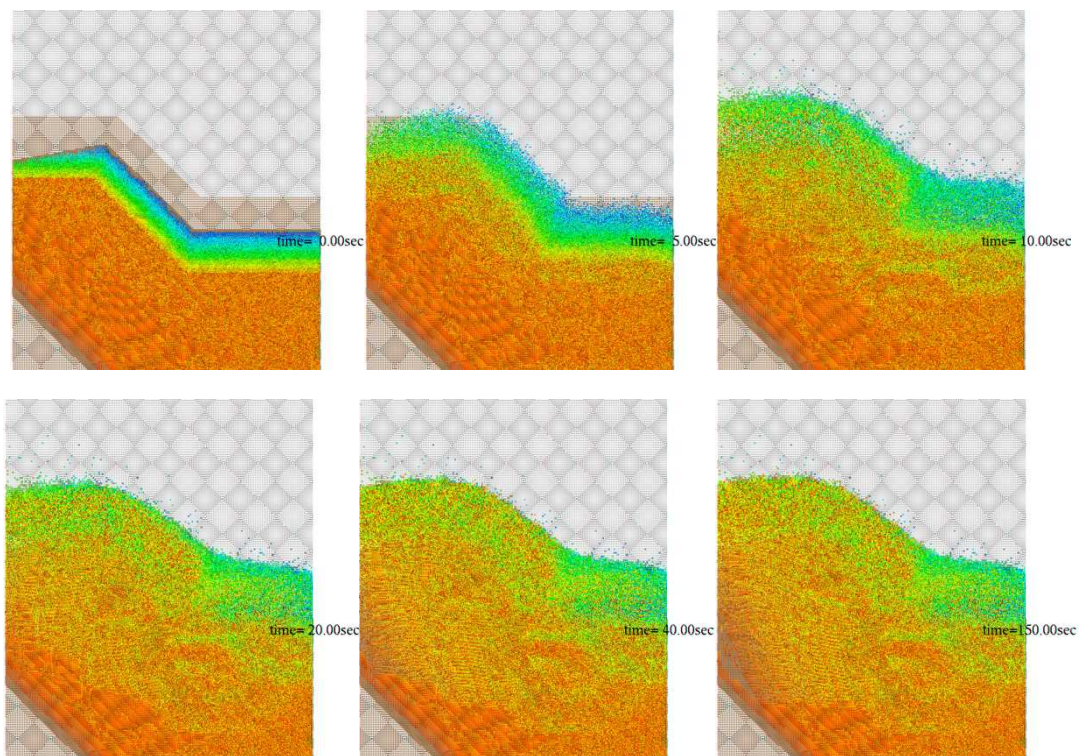


図 2.15 解析結果

最大反発係数のばらつきの影響を調べるため, 一回の境界または他の粒子への衝突ごとに最大反発係数がばらつく解析を行った. 最大反発係数の平均は, 0.3 とした. その結果を図 2.16 に示す. 最大反発係数のばらつきの影響は小さいと言える。

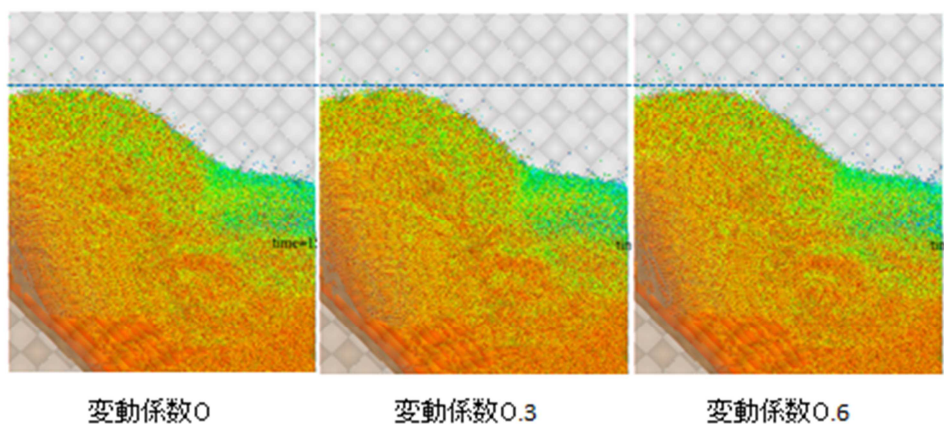
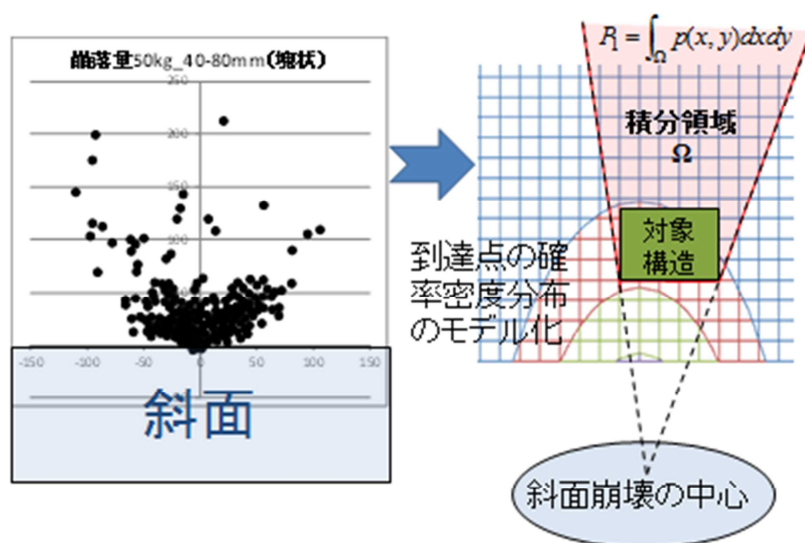


図 2.16 最大反発係数のばらつきに関するパラスタ

3) 構造物へのハザード評価

a) 重要構造物への衝突による影響

解析結果がばらつくことから、重要構造物への衝突による影響を評価するためには、確率論的手法が求められる。現段階では図 2.17 のように、粒子の到達点の確率密度分布をモデル化し、対象構造物より背面の領域を積分することにより、衝突確率を求めることが考えられている。詳細な検討が別途進められており、2.2(6)項で示した解析結果を入力データとしてその検討へ受け渡した。



35

図 2.17 粒子の到達点の確率密度分布と衝突確率

b) 堆積土量の評価

斜面崩壊がアクセス道路へ与える影響を評価するためには、アクセス道路上に堆積する土量を算出しなければならないので、到達距離を評価するための解析が必ずしも安全側になるとは限らない。斜面下の堆積する土量をコントロールするパラメタとして、転がり摩擦¹²⁾が有効である。堆積土量の評価に関しては堆積に関する土塊数量が多く、ばらつきは小さいため確定的な評価を行ってよい。ただし、設定するパラメタによってその堆積土量は異なるため、パラメタスタディーを行う必要がある。図 2.18 に転がり摩擦のパラメタスタディーの結果を示す。3つの計算結果の内、アクセス道路上に堆積する土量が最も大きいものを評価に用いるのがよい。

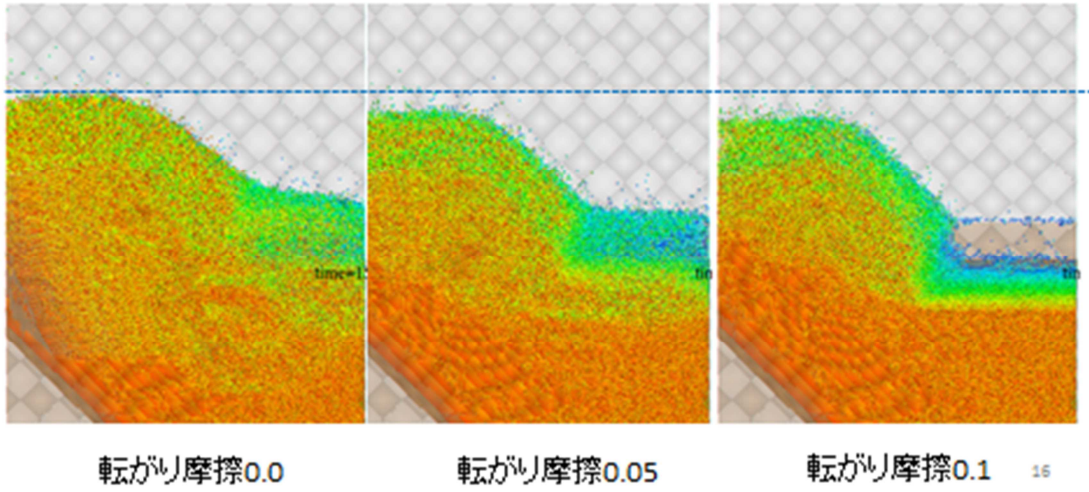


図 2.18 転がり摩擦のパラメタスタディー

4.2.3 斜面崩壊後のリスク評価手法の適用性検討

1) 昨年度実施した岩塊の転動実験の評価

a) 速度の比較

ここでは、前章で用いた DEM 簡易モデルについて、昨年度 JNES で実施した岩塊の転動実験(写真 3.1)を対象に、岩塊の速度に着目した検証を実施する。

昨年度実施した実験では、岩塊速度が、画像解析による時系列として得られている。大きさ 20cm の塊状岩塊に対する実験に対して図 3.1 に示す断面位置でその速度を比較することにする。

解析モデルとしては、図 3.2 に示す詳細モデルと図 3.3 に示す簡易モデルとを用いる。DEM のマイクロパラメタを表 3.1 に示す。



写真 3.1 大きさ 20cm の塊状岩塊を落下させるところ

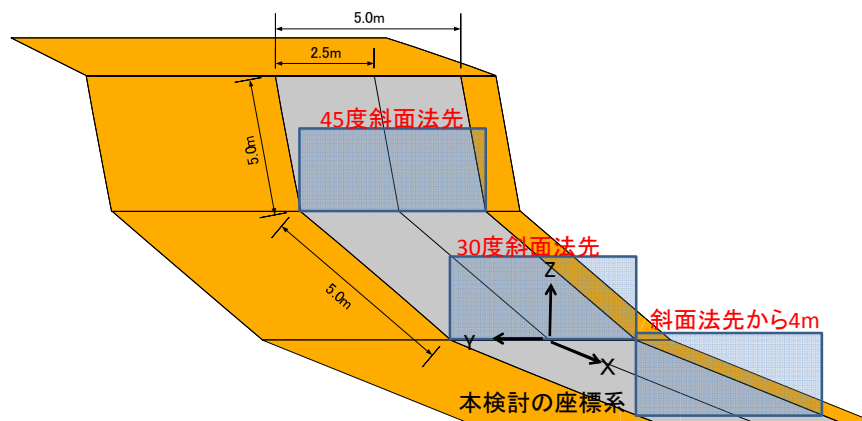


図 3.1 速度を比較する断面位置

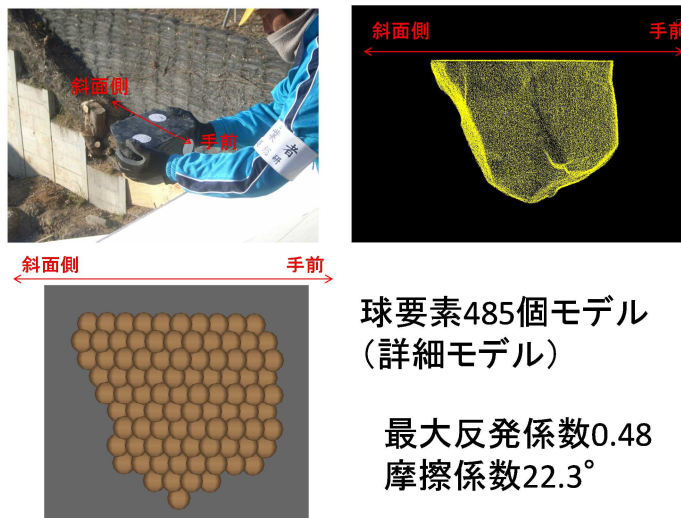
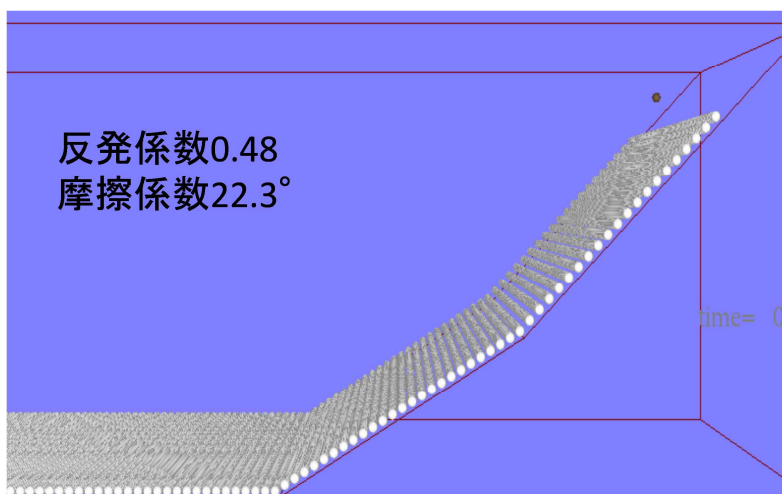


図 3.2 詳細モデル



球要素1個モデル(簡易モデル)

図 3.3 簡易モデル

表 3.1 DEM のマイクロパラメタ

| | | |
|------------------------|-------|-------------------|
| 要素半径(m) | 簡易モデル | 0.1 |
| 要素半径(m) | 詳細モデル | 0.0116 |
| 密度(kg/m ³) | 簡易モデル | 2,180 |
| 密度(kg/m ³) | 詳細モデル | 2,645 |
| バネ係数(N/m) | | 2.0×10^6 |
| 粘性減衰係数(N·s/m) | | 2.7×10^3 |
| 摩擦係数(摩擦角) | | 0.41(22.3°) |

図 3.4 に 45° 法先位置における速度を比較する．ここで言う速度 V とは，次式で表される XZ 平面内の絶対速度を指す．

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2} \quad (3.1)$$

実験の速度が最も大きく，次に詳細モデル，最後に簡易モデルの順となっている．実験の 5 データが 9~10m/s の範疇にあり，とびぬけて大きいので理論的にどの程度の速度が得られるのか試算した．まず，図 3.5 に示すように 45° 法先まで重力落下したときの速度を求めると，9.3 m/s となることが分かった．実際には，バウンド，滑動，転動するので，これより小さくなることが考えられる．それ以外の様々な条件における 45° 法先における理論的速度も合わせて表 3.2 に整理する．条件的に 8.7m/s を超える速度は考えにくく，y 方向への速度成分や x 軸回りの回転を考えると，7.4m/s 以下が妥当な分布であると言える．図 3.5 の 9~10m/s の範疇にある実験データを棄却して図 3.6 に再掲する．同様の考え方で，11m/s を超える実験データを棄却した 30° 法先位置における速度の比較を図 3.7 に，11m/s を超える実験データを棄却した 30° 法先 4m 位置における速度の比較を図 3.8 に，それぞれ示す．図 3.7 では，詳細モデルと簡易モデルの速度分布の乖離がさらに大きくなるが，図 3.8 では，少し乖離が小さくなった．実験の速度は，おおむね詳細モデルの分布の範囲にあると言える．

図 3.9~図 3.11 は，転動係数の比較である．簡易モデルの転動係数は 1 に近いものが多く，滑らずに回転する運動が卓越していることを示す．

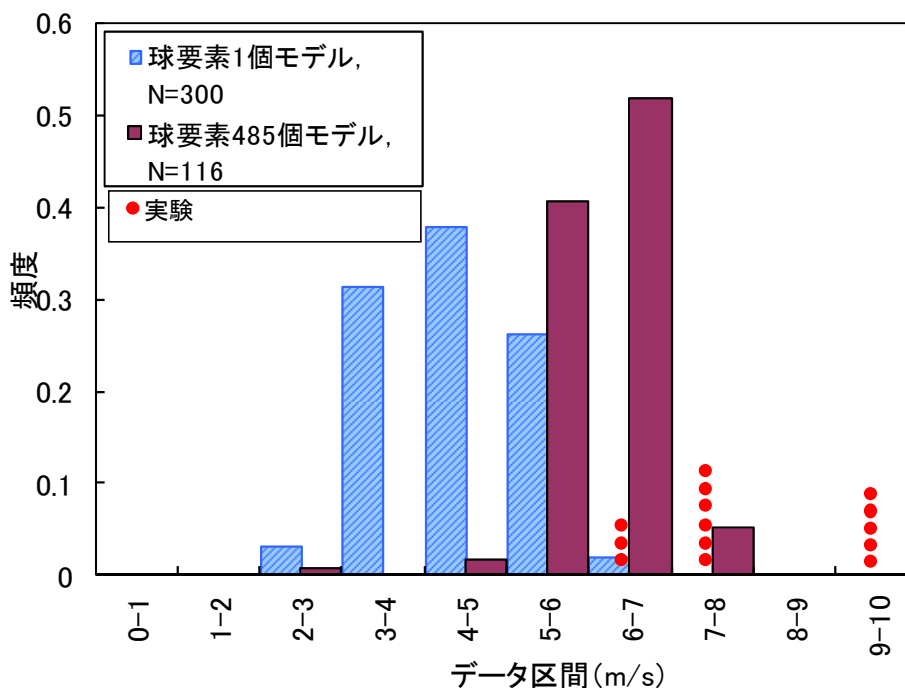
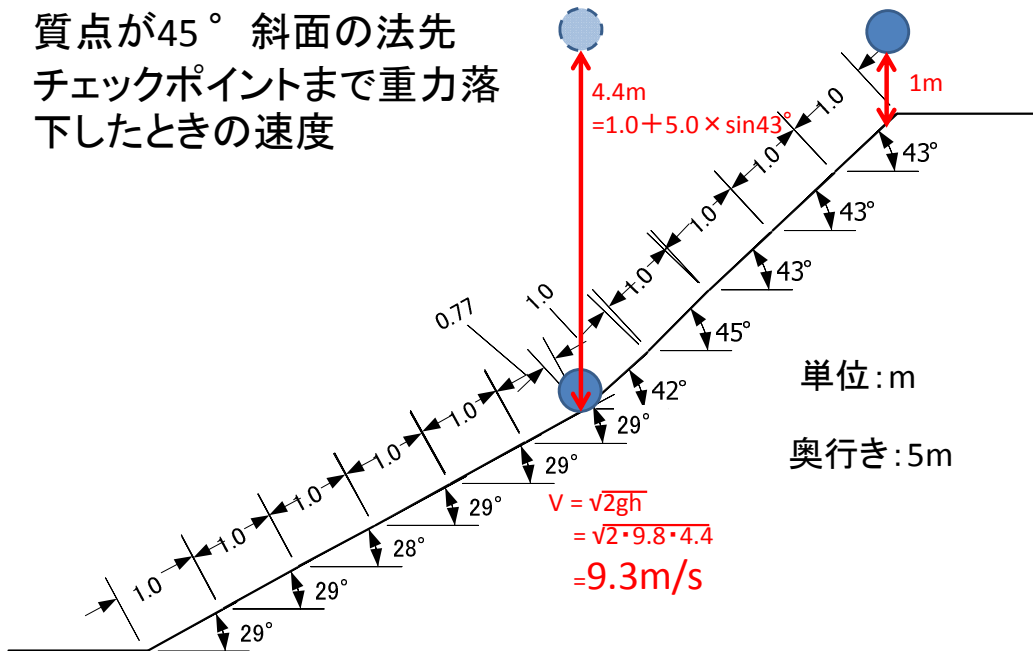


図 3.4 45° 法先位置における速度の比

質点が45° 斜面の法先
チェックポイントまで重力落
下したときの速度



16

図 3.5 45° 法先まで重力落下したときの速度

表 3.2 45° 法先における理論的速度

| 条件 | 絶対速度 |
|----------------------------|--------|
| 重力のみ | 9.3m/s |
| 重力のみ自由落下時一回衝突 | 8.7m/s |
| 自由落下時一回衝突後 滑動(摩擦角5°) | 8.4m/s |
| 自由落下時一回衝突後 滑動(摩擦角22.5°) | 7.0m/s |
| 自由落下時一回衝突後 滑らずに転がる | 7.4m/s |

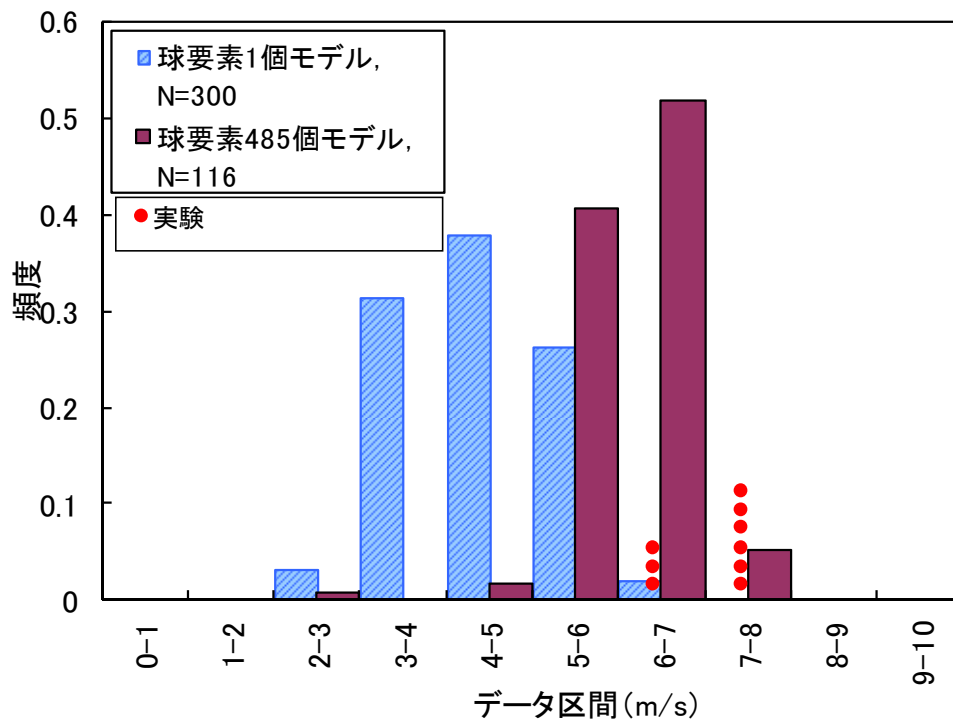


図 3.6 45° 法先位置における速度の比較

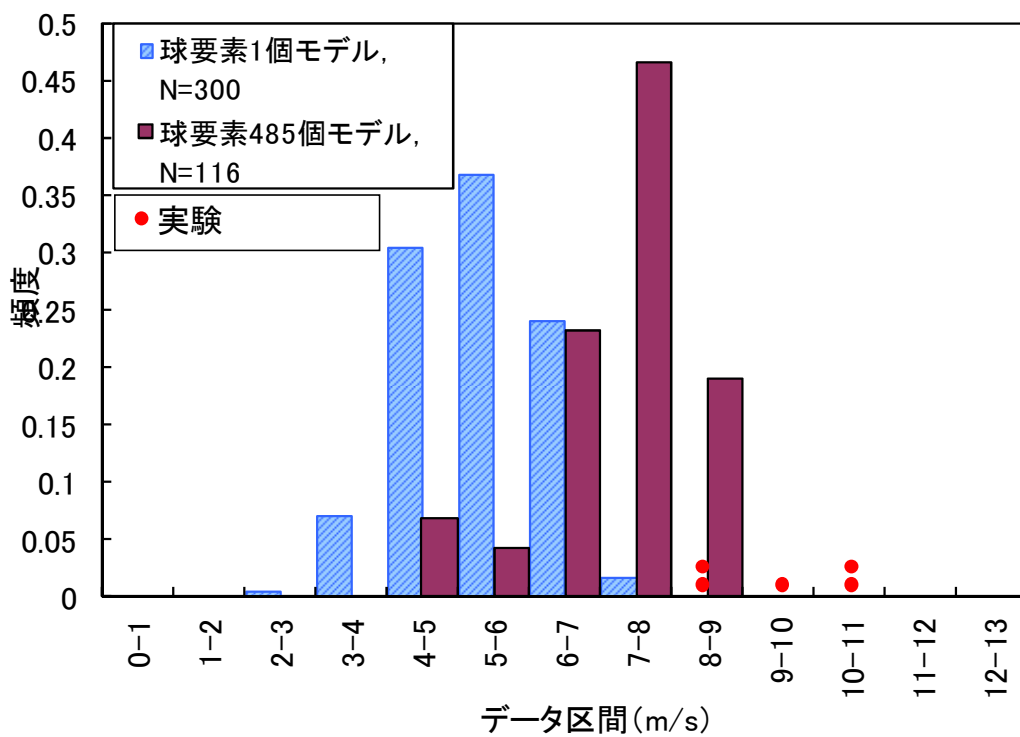


図 3.7 30° 法先位置における速度の比較

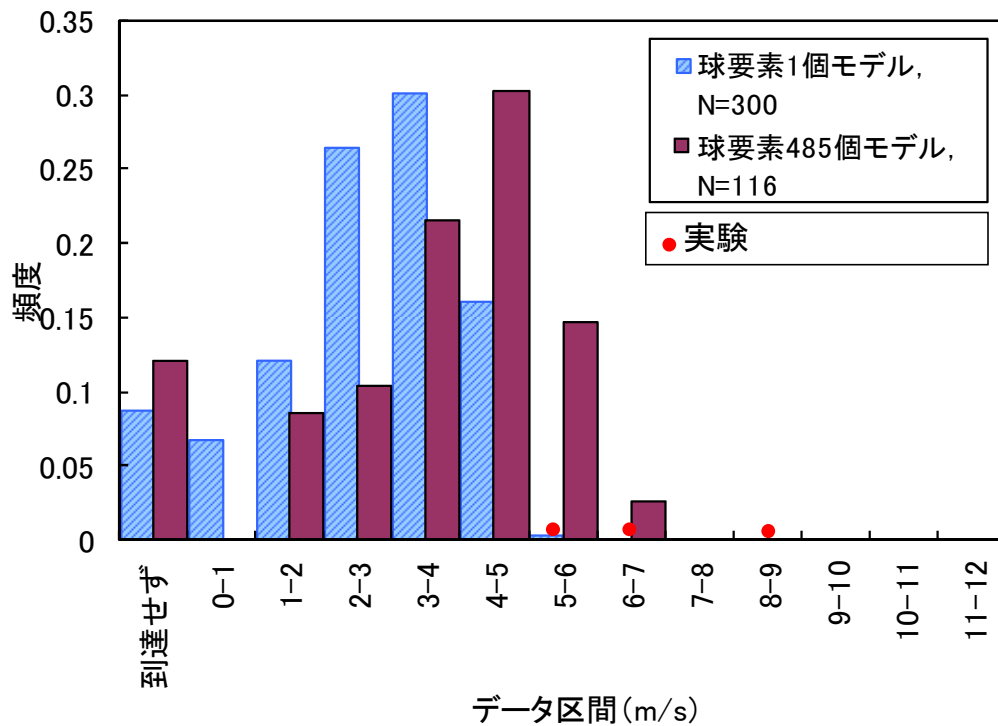


図 3.8 30° 法先 4m 位置における速度の比較

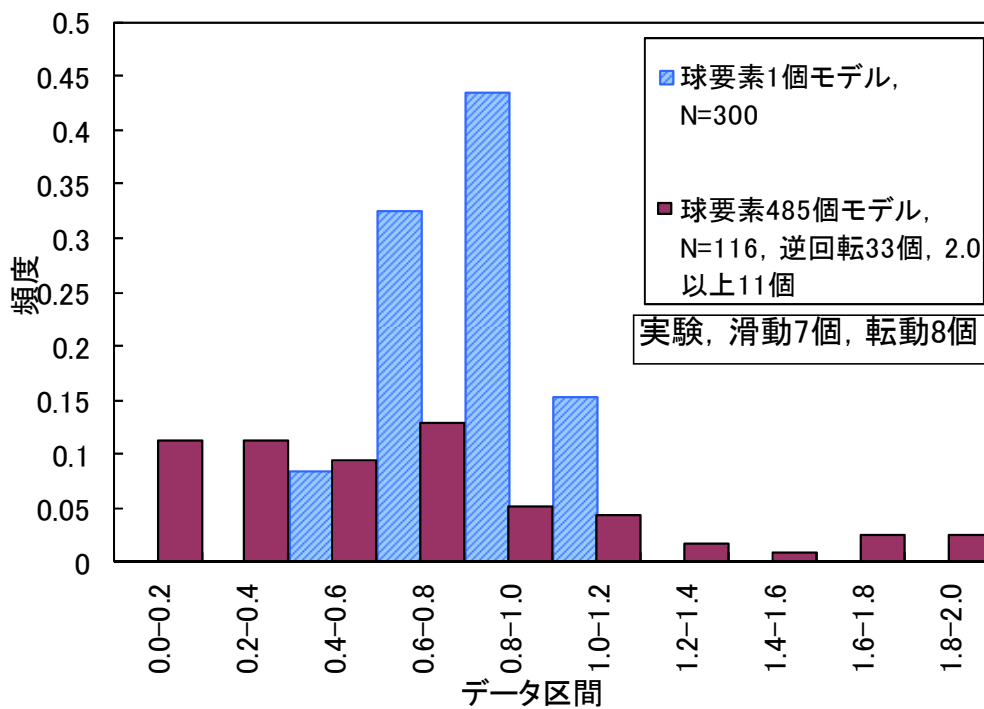


図 3.9 45° 法先位置における転動係数の比較

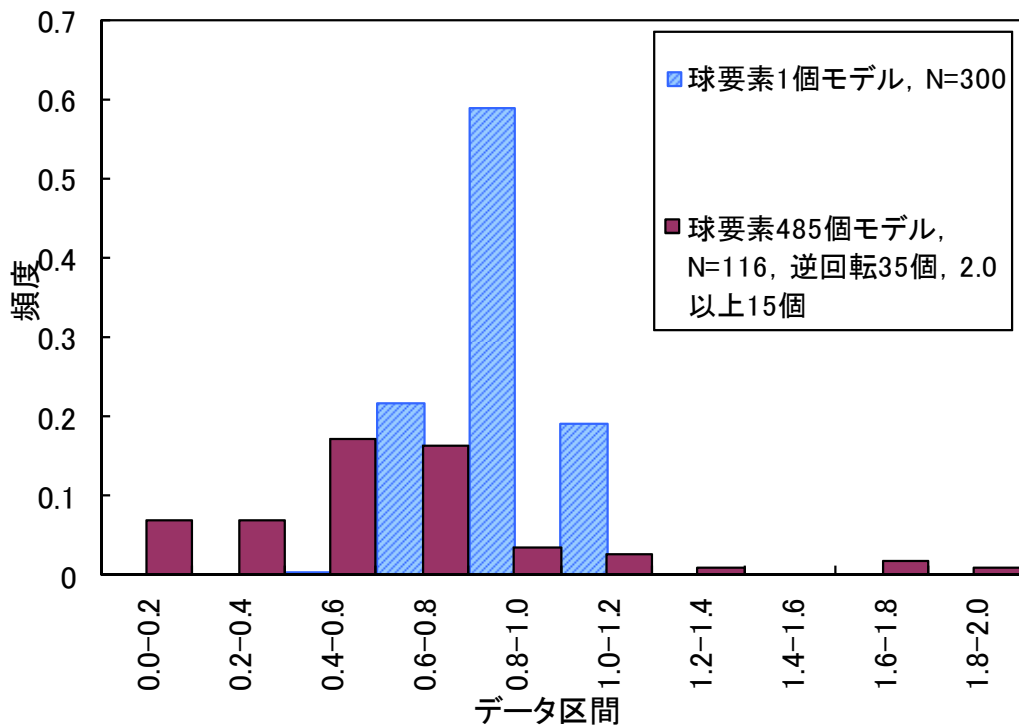


図 3.10 30° 法先位置における転動係数の比較

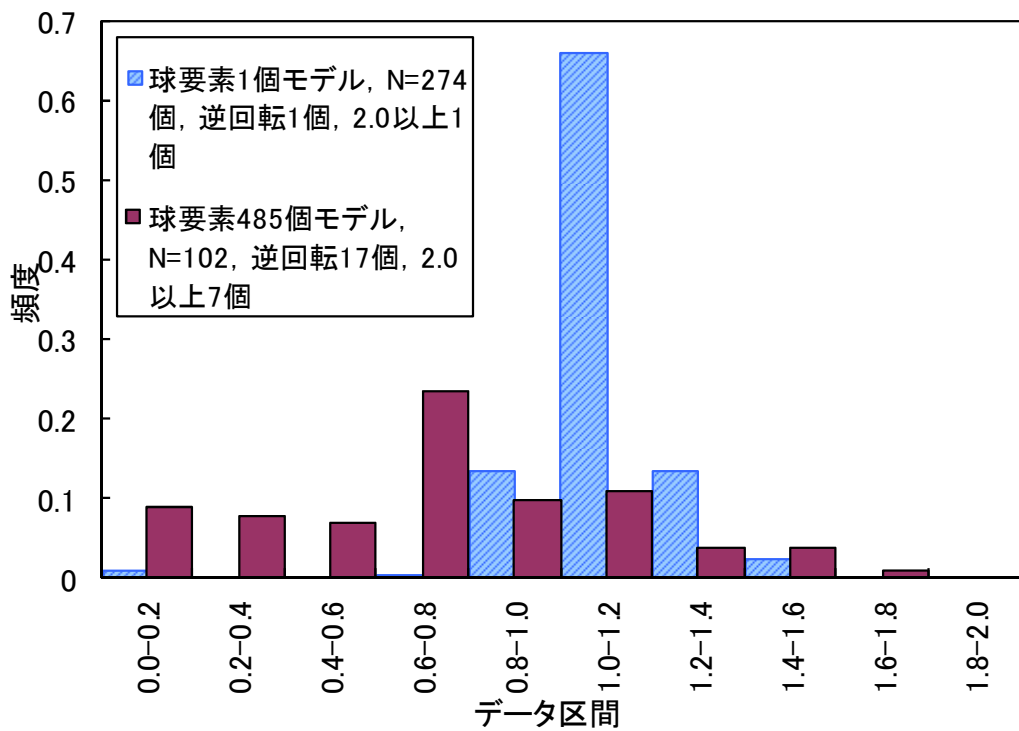


図 3.11 30° 法先 4m 位置における転動係数の比較

実験の最終到達位置データはとれていないので、ここでは詳細モデルのそれを正として、簡易モデルの検証対象とし、両者の平面分布を図 3.12 に累積分布を図 3.13 に比較する。詳細モデルの拡がりには左に偏る傾向があり、もっと試行回数を増やせば左右対称の分布となつて、簡易モデルと対応するものと思われる。一方、最終到達位置に関しては、両者対応している。簡易モデルの法先 4m 地点での速度分布が小さかったのに、最終到達位置が両者対応する結果となつたのは、簡易モデルは、法尻到達時に、速度エネルギーが回転エネルギーに転嫁されていて、その後この回転エネルギーが岩塊の前進に寄与したものと考えられる。

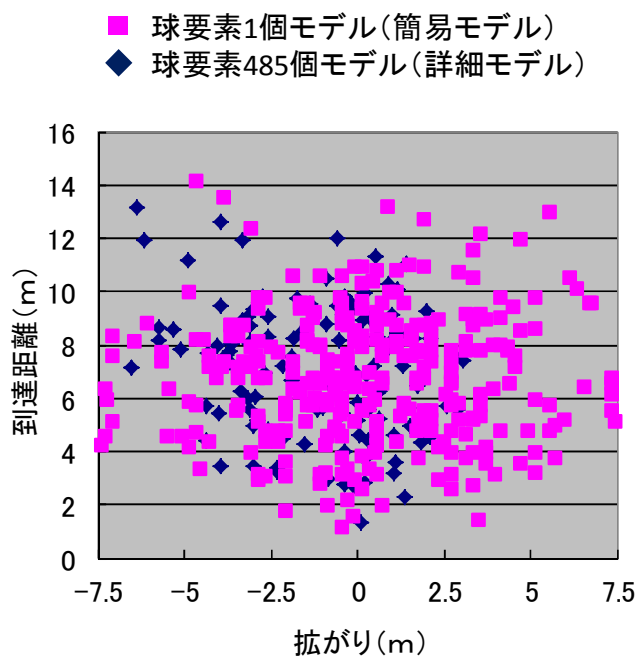


図 3.12 最終到達位置の平面分布の比較

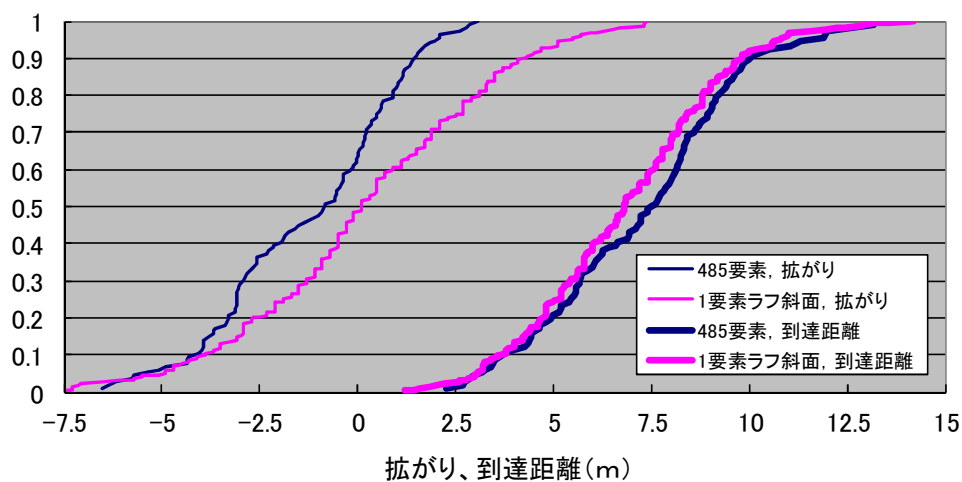


図 3.13 最終到達位置の累積分布の比較

b) 摩擦角の比較

実験を観察した印象では、材料試験で求められた動摩擦角 22.3° が十分に発揮されているようには見えなかったため、この点について速度時系列に着目し分析した。図 3.14 は、滑動が卓越した実験結果の 45° 斜面における速度の時系列である。この結果を元に、式(3.1)で求める絶対速度 v について、次式で表される質点が摩擦のある斜面を滑動するときの v と流路方向の距離 x' の関係と比較する。

$$v = \sqrt{2a(x' + x'_0)}$$
$$a = g \cdot (\sin \alpha - \cos \alpha \cdot \tan \theta) \quad (3.2)$$

ここに

x'_0 : $x=0$ の時、 $v = \sqrt{2ax'}$ の値が v_0 になるときの x' の値、 v_0 は、初速

g : 重力加速度

α : 斜面の角度、 43°

θ : 斜面の摩擦角

図 3.15 に理論式との比較を示す。見かけ上発揮されている摩擦角は、材料試験で求められた動摩擦角 22.3° よりかなり小さい 15° 程度であることが分かる。

同様に図 3.16 に示す転動が卓越した実験の分析結果を図 3.17 に示す。やはり、見かけ上発揮されている摩擦角は、材料試験で求められた動摩擦角 22.3° よりかなり小さいことが分かる。

同様の検討を DEM 詳細モデルによるシミュレーション結果についても実施した。図 3.18 に分析結果を示す。転動型は、実験と同様、見かけ上発揮されている摩擦角は、材料試験で求められた動摩擦角 22.3° よりかなり小さい 15° 程度であるが、滑動型のそれは、 25° 程度となった。DEM の滑動は面に密着した運動であるが、実験の滑動は、そうではない運動機構が作用しているように見える。粗度の小さい面では、滑動が卓越することになるので、注意が必要である。

同様の検討を底面上の速度時系列について行った。図 3.19 に実験と理論式との比較を示す。底面上においても、見かけ上発揮されている摩擦角は、材料試験で求められた動摩擦角 22.3° よりかなり小さい 15° 程度の理論式を推移している。

図 3.20 に DEM と理論式との比較を示す。詳細モデルについては、底面上においても、見かけ上発揮されている摩擦角は、材料試験で求められた動摩擦角 22.3° よりかなり小さい 15° 程度の理論式を推移しており実験と対応する結果を示すものもある。簡易解析の結果を見ると、初速が詳細解析より小さいにもかかわらず、同程度の到達距離となっている。卓越している回転運動が進行方向への推進力となっていると考えられる。

No.72 滑動型

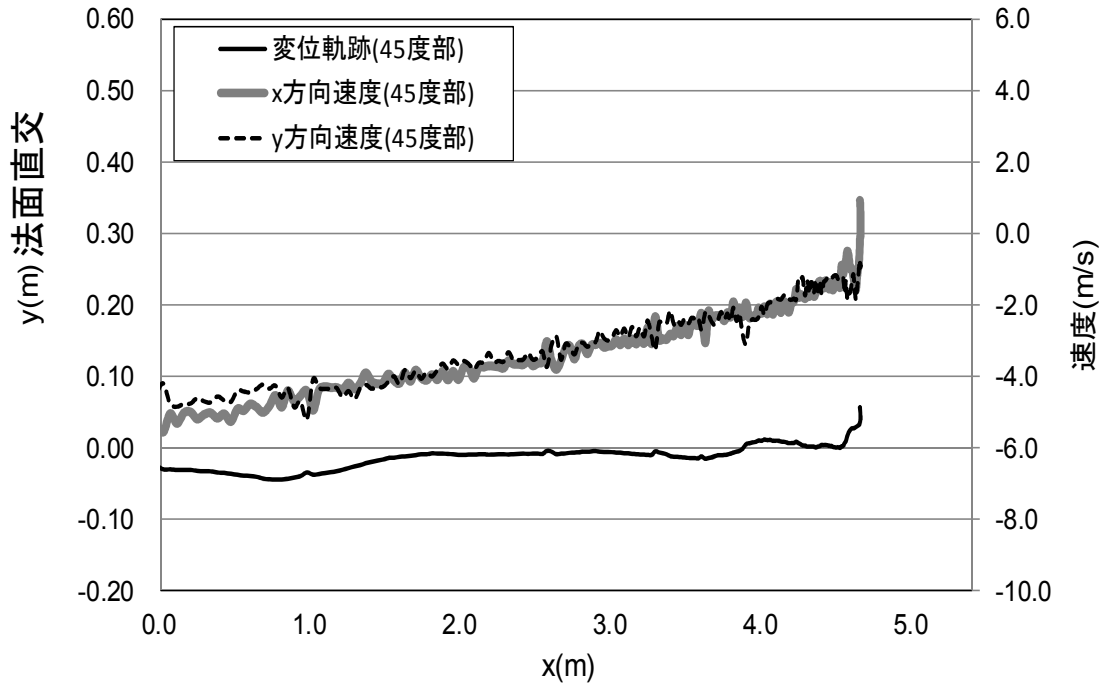


図 3.14 滑動が卓越した試験ケースの 45° 部の速度-変位関係, この図では, 0.0 が 45° 部法尻, x 軸および変位軌跡は流路方向を軸とするローカル座標, 速度は, 絶対座標

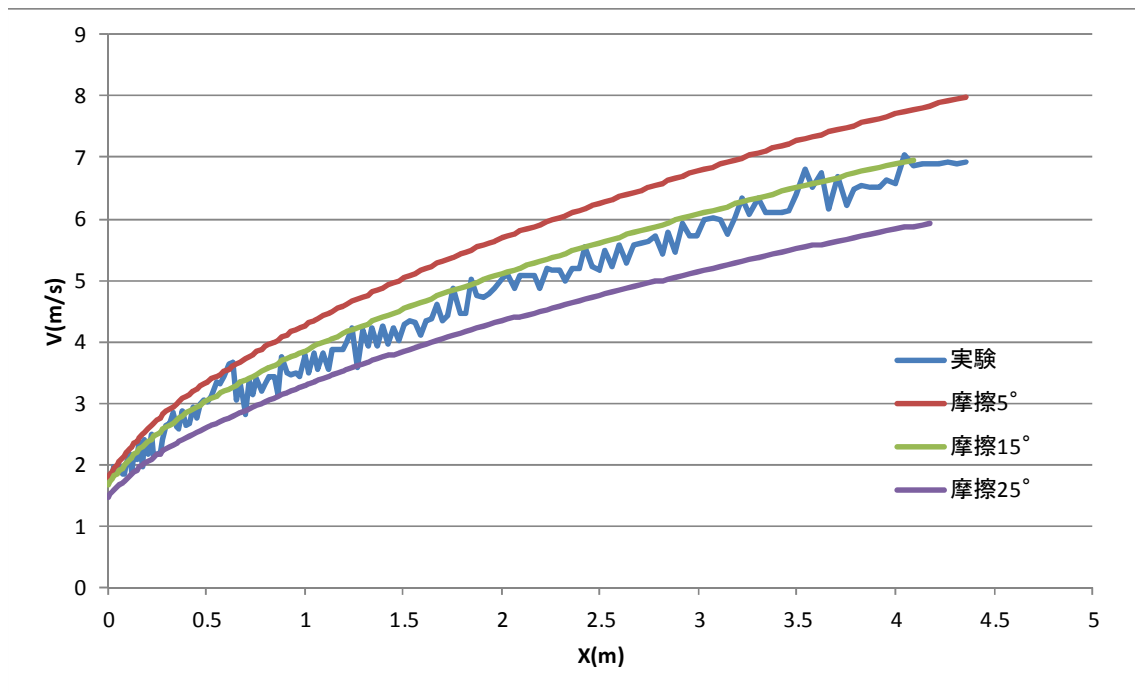


図 3.15 理論式との比較(滑動型), この図では, x 軸について落下地点を 0.0 とし, 流路方向を正とした.

No.82 転動型

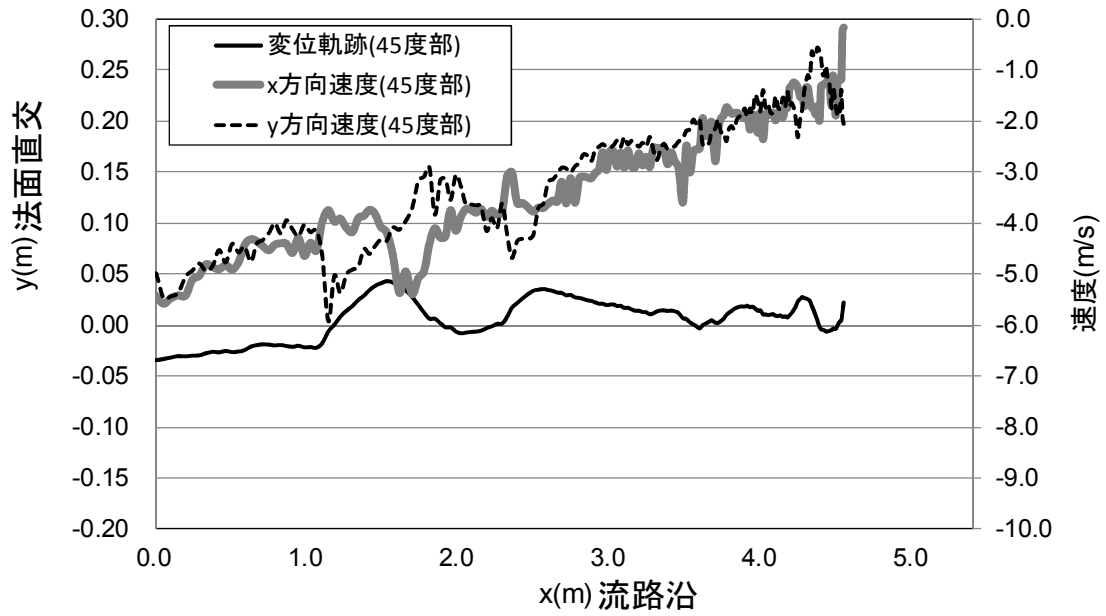


図 3.16 転動が卓越した試験ケースの 45° 部の速度-変位関係

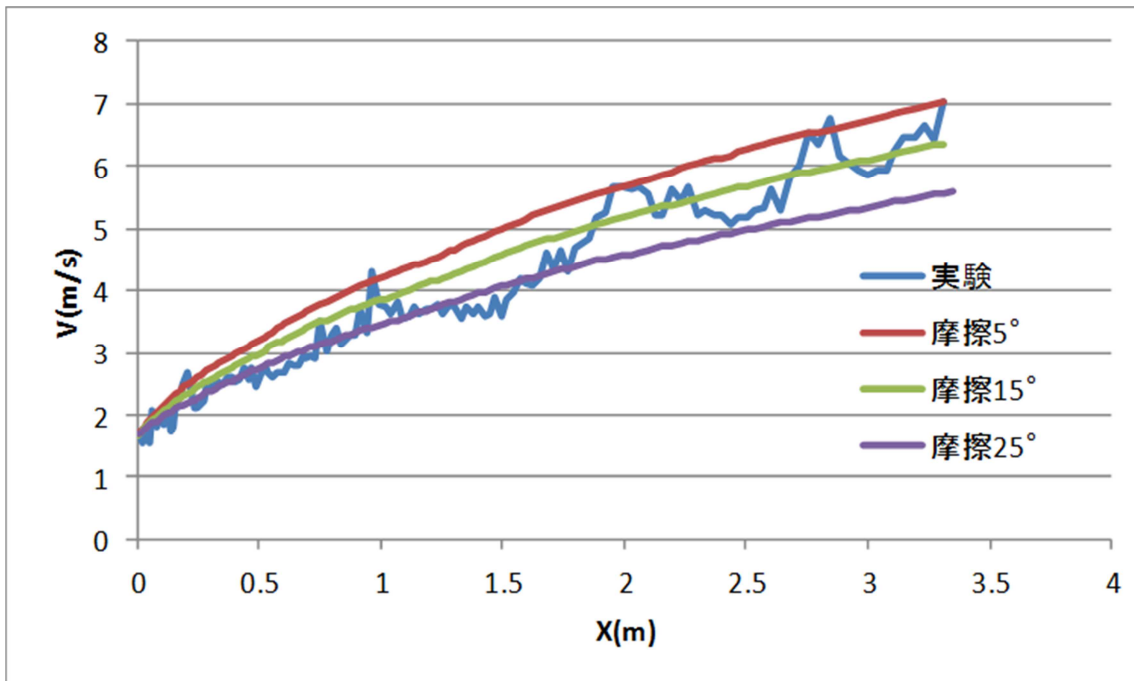
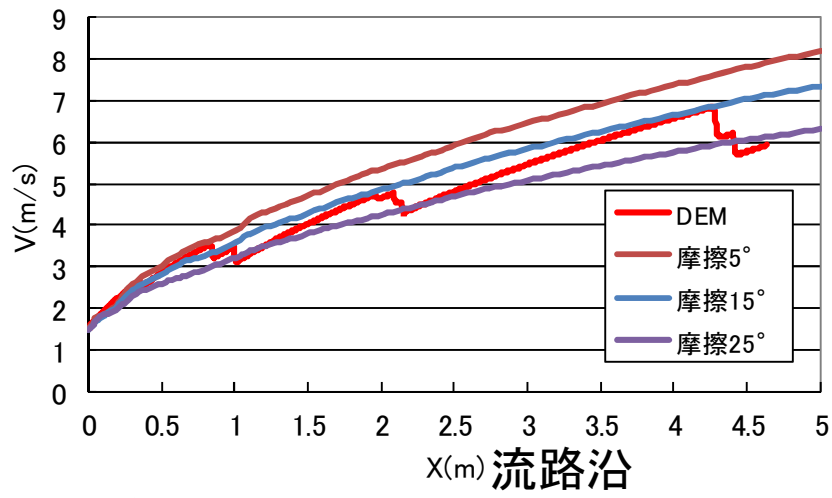


図 3.17 理論式との比較(転動型)

転動型 (No.1)



滑動型 (No.10)

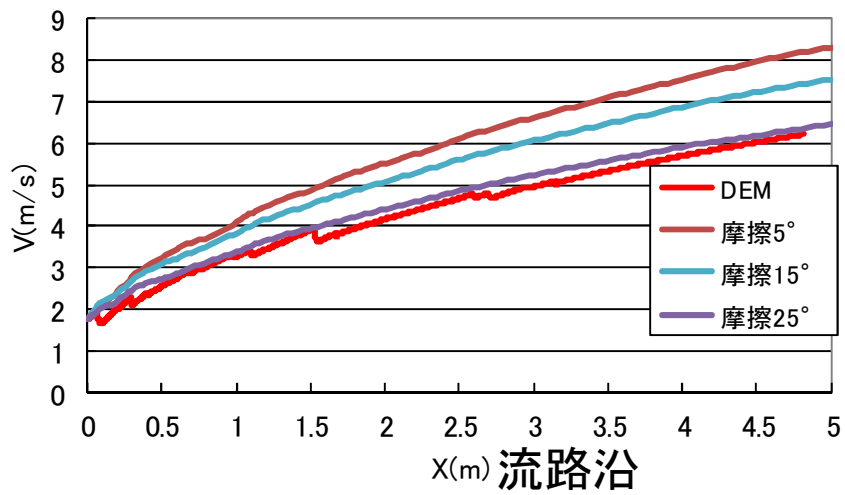


図 3.18 理論式との比較(DEM 詳細モデル)

No.2 ピット上

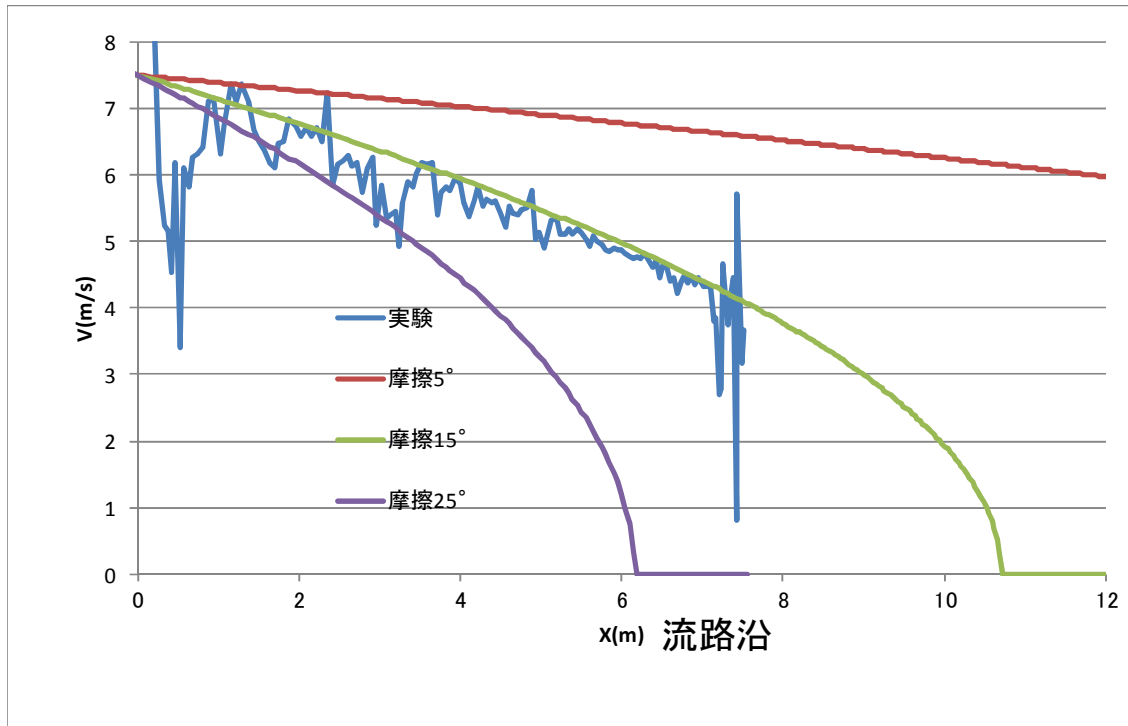


図 3.19 理論式との比較(底面上, 実験)

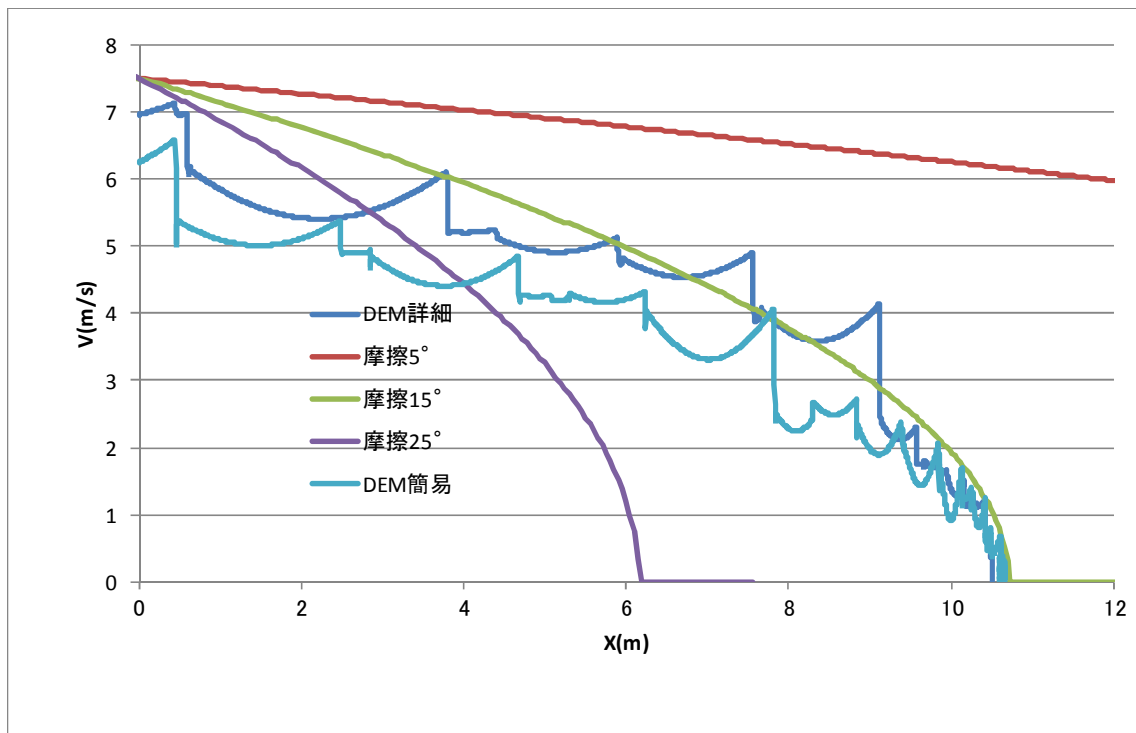
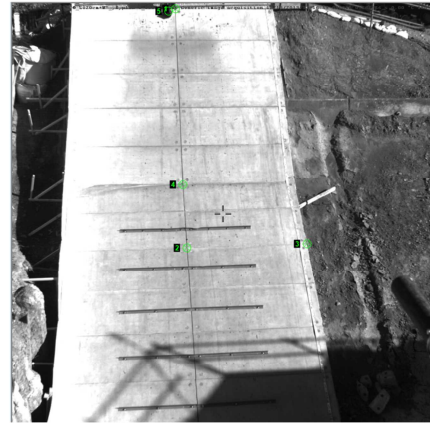
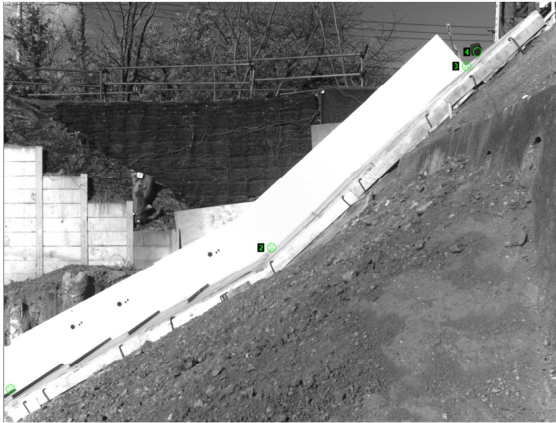


図 3.20 理論式との比較(底面上, DEM)

c) その他の実験結果のポイント

a) L型アングルの影響

斜面途中で、凹凸があった場合、大きく飛翔して想定を超えるような被害が懸念されたので、斜路途中でL型アングルによる高さ5cmの障害を設けわざとそこでジャンプさせるケースが設定された。実験結果としては、確かに大きくジャンプして被害拡大を想起させるものもあったが、 30° 法尻における式(3.1)で計算した射出速度を見ると、L型アングルでジャンプしたものは相対的に速度が小さいことが分かった。また、荷重計で計測した衝撃力で見てもL型アングルでジャンプしたものの衝撃荷重は、そうでないものに比べてすべて小さい値となっている。つまり、L型アングルを付けると確かにそこでジャンプはするものの、それに衝突した時エネルギーを消耗するので、影響としては岩塊の崩落エネルギーを減少させる作用がある。解析における斜面のモデル化のポイントとして、岩塊モデルより大きな地形をモデル化することが重要であって、岩塊モデルより小さい凹凸は無視してもよいと考えている。



No.72

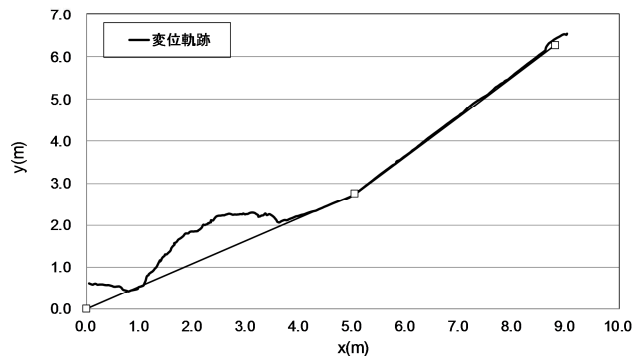


図 3.21 L型アングルでジャンプさせる実験

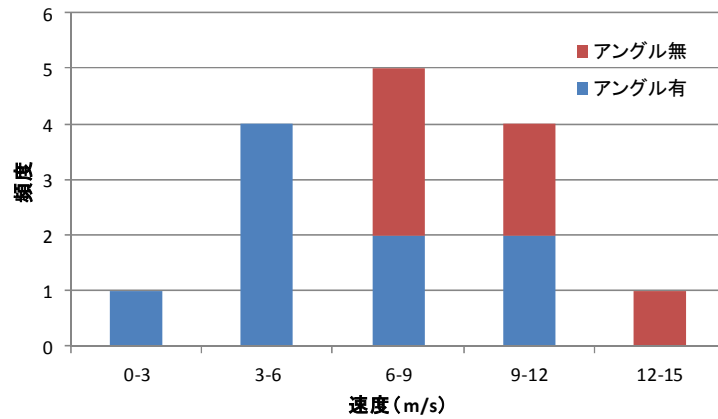
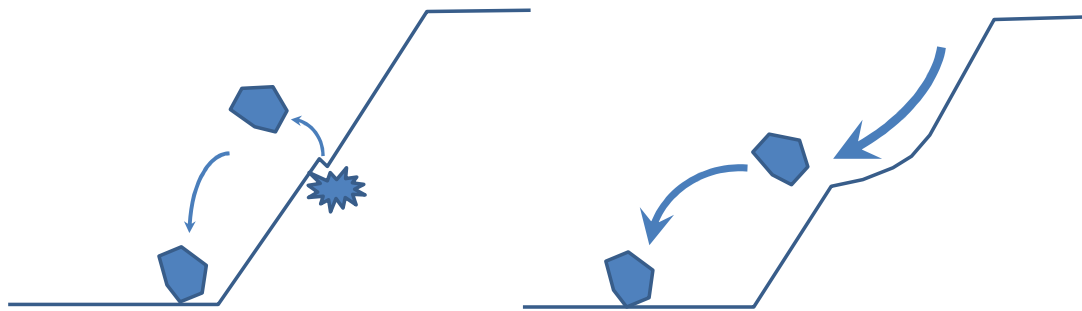


図 3.22 L型アングルの有無による 30° 法先の速度分布



岩塊より小さな地形効果：
位置エネルギーが衝突で消費される

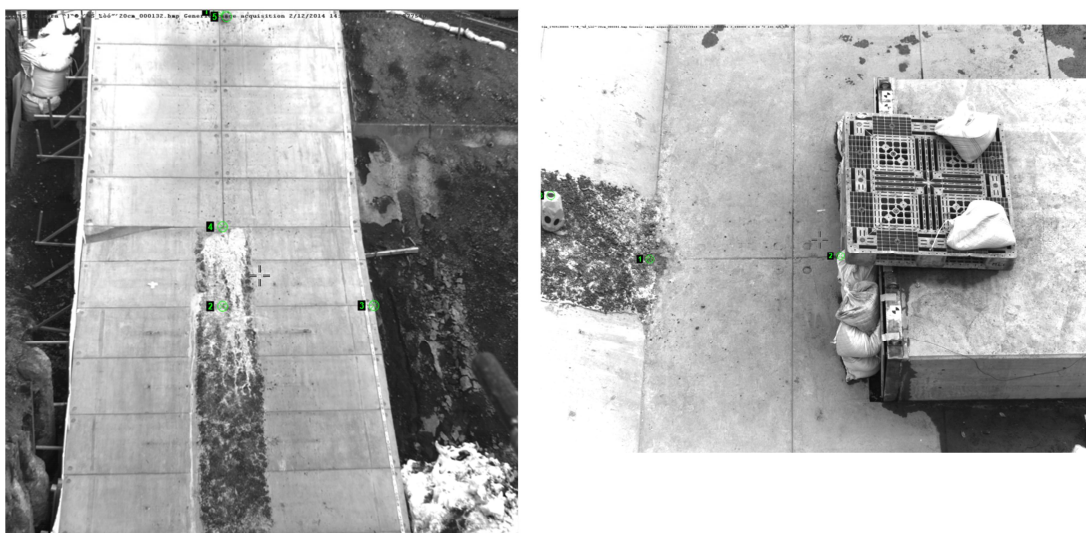
岩塊より大きな地形効果：
位置エネルギーがスムーズに速度に転換され遠くまで跳躍する

図 3.23 モデル化のポイント，岩塊より小さな地形のモデル化より，岩塊より大きな地形のモデル化が重要

b) 粗度の影響

実験の斜面や底面を構築するために用いた PC パネルは、粗度が小さく滑動が卓越する試験ケースが多かったが、現場では、斜面は盛土であったり底面はアスファルト舗装であったりして、ある程度の粗度が存在する。この影響を把握するため、粒径の最大が 1cm 程度の砂利をセメントにより傾斜 30° の斜面に貼り付けた。その結果、粗度を付けたものは、板状岩塊モデルを含む 4 ケースともすべて転動する結果となった。

このような粗度がある面では、転動が卓越する結果となる。転動すると、実際の摩擦によらず、見かけの摩擦角は 15° 程度になることを前節で示した。つまり、岩塊として質点モデルを用いて摩擦でエネルギーを消費するタイプの解析手法では、材料試験等で定めた摩擦角を入力データとすると、15° 以上の摩擦を想定した場合、危険側の評価を下す可能性があるので注意を要する。



30° 斜面上、約1m幅でセメント・砂利(最大1cm程度)による凹凸設置

図 3.24 粗度の影響の考慮

d) 細粒分の影響評価

3.1 節では、岩塊単独の場合について議論してきたが、岩塊が群でありさらに細粒分が混じると、図 3.24 右に示すように、到達距離を劇的に減少させる効果がある。この結果、構造物へのハザード評価の内、堆積土量評価にとっては、その効果が土量の多くなる方向へ作用する可能性が高く、第 2.3(2)に示したように、転がり摩擦をパラメタとしたパラメタスタディを実施する必要が或ることを述べた。

一方、到達距離評価にとっては、この効果を考慮に入れないと過大なリスクを考えることになり不合理である。この効果を表すため、右城らの実験の表土有のケース¹¹⁾を参考に、最大反発係数を 0.1 とした DEM 簡易解析結果を図 3.24 左に示す。

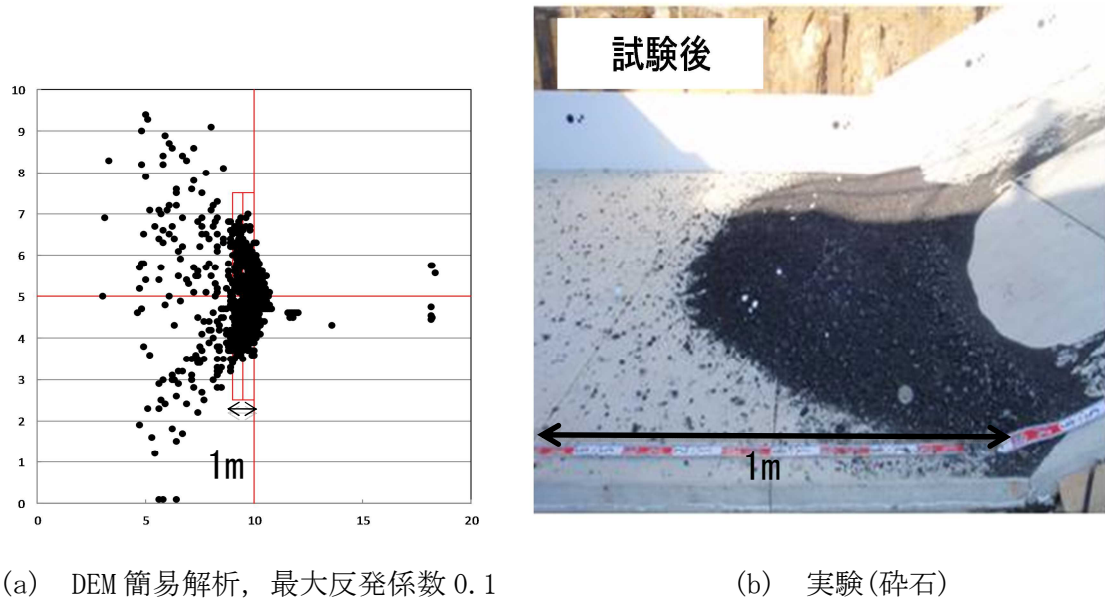


図 3.24 細粒分の影響

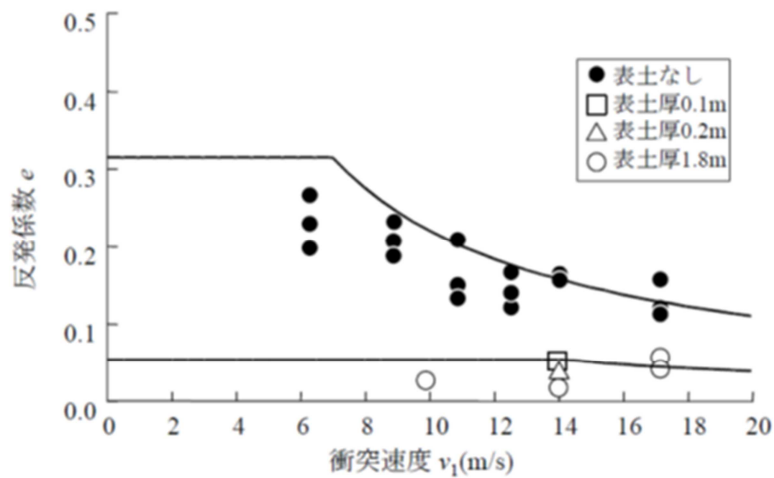


図 3.25 反発係数と衝突速度の関係¹¹⁾

4.3 まとめ

(1) 原子力発電施設を対象とした崩壊挙動の評価に用いる解析モデルの考え方

- 1) 現地斜面および底面の地形を、現地 CAD 図等から 2 章に示した方法でモデル化する。すべり面は、斜面安定解析等で安全率を下回るすべり面群を包絡する平面（あるいは曲面）とし、斜面および底面のモデルより粗度を小さくして摩擦を 0 とし保守的な設定とする。
- 2) 崩壊領域を適切な要素に分割し、全体がすべり面に沿って自重で滑落し、転動して敷地内に拡がり静止するまでの計算を行う。要素の大きさとしては、対象斜面の平均的な亀裂間隔等を参考に、大きめに(0.5m~2m 程度)定めておけば、到達距離の評価にとっては問題ないと考えている。ただし、反発実験に用いる材料は、解析の粒子より小さいものとする必要がある。
- 3) 本解析で重要なパラメタは、最大反発係数である。この情報を対象領域すべてについて、詳細に取得することは困難であるが、既往の実験結果等を参考に、保守的な値を設定することは可能である。また、実地斜面には、立木や局所的な凹凸が存在するが、これを無視することは到達距離の評価にとって保守的であると考えている。
- 4) 簡易解析が再現するものは、岩塊群の崩落であり、実地の土砂の崩落ではない。実地の土砂には、細粒分や水分が含まれている。しかし、その到達距離に関して言えば、それらを考慮しないことが保守的な検討であると考えている。ただし、土石流が生じるような大量の水分を考える必要がある場合は適用できない。

(2) 昨年度実施した崩壊実験の評価

- ・ 実験、詳細解析ともに、滑動型より、転動型の方が射出速度が大きい。
- ・ 実験、詳細解析ともに、転動する場合の見かけの動摩擦係数は、実際のそれより、小さめの値となる場合がある。
- ・ 簡易モデルは、詳細モデルに比べて、射出速度(並進)が小さいものの、射出時回転エネルギーが詳細モデルより大きいので、底盤における到達距離の累積分布が結果的に一致するものと考えられる。
- ・ 到達距離の評価について簡易モデルを用いることが妥当であるとしても、速度を評価する際危険側となるので、回転エネルギー分を速度に上乘せする等の操作が必要であると考えられる。図 4.1 の「DEM 簡易×1.2 倍」のグラフは、簡易モデルの速度を 1.2 倍した例である。
- ・ L 型アングルによる岩塊をジャンプさせる実験を実施した結果、岩塊より小さい凹凸は、射出速度を減少させる効果があることが分かった。解析における斜面のモデル化のポイントとして、岩塊モデルより大きな地形をモデル化することが重要であって、岩塊モデルより小さい凹凸は無視してもよいと考えている。
- ・ 粗度のある場合は、見た目摩擦が大きそうでも、落下のモードが転動型となる。転動型の見かけの摩擦角は 15° 程度である。面の摩擦角が 15° 以下の場合、簡易モデルを適

用する場合注意を要する.

・大量の細粒分は、岩塊の到達距離を劇的に減少する効果がある. これを表現するために最大反発係数を小さく設定することにより、この効果を表すことができる.

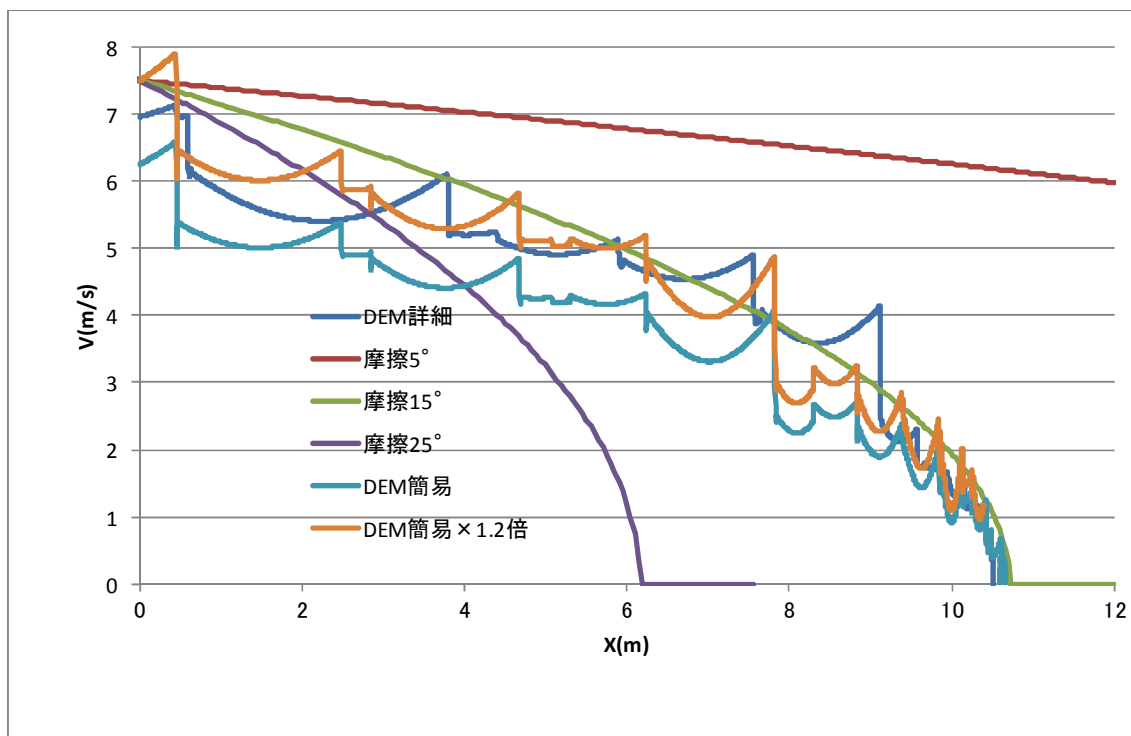


図 4.1 速度に関する補正係数 1.2 の場合

参考文献

- 1) 原子力規制委員会, 基礎地盤及び周辺斜面の安定性評価に係る審査ガイド, 2013.
- 2) 原子力発電所耐震設計技術指針 JEAG4601-1987, 社団法人日本電気協会, 電気技術基準調査委員会, 1987.
- 3) 原子力発電所の地震を起因とした確率論的安全評価実施基準, 日本原子力学会, 2007.
- 4) 原子力安全基盤機構: 基礎地盤及び斜面の安定性に係わる設計・リスク評価手引き, JNES-RE-2013-2037, 2014.
- 5) 土木学会原子力安全土木技術特定テーマ委員会: 原子力発電所の耐震・耐津波性能のあるべき姿に関する提言(土木工学からの視点), 2013.
- 6) 吉田郁政, 内藤直人, 中瀬仁: 斜面崩壊による岩塊や落石の衝突ハザードの評価法, 土木学会第34回地震工学研究発表会講演論文集, 2014.
- 7) Cundall, P. A., and O. D. L. Strack: A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies, *Geotechnique*, 29, 1979.
- 8) 中瀬仁, 曹国強, 田部井和人, 栃木均, 松島亘志: 個別要素法による原子力発電所周辺の地震起因性斜面崩落挙動のモデル化と適用性, 土木学会第34回地震工学研究発表会講演論文集, 2014.
- 9) 栃木均: 地震時崩落岩塊の到達距離に関する影響要因の検討-斜面崩壊を想定した振動台実験と二次元個別要素法解析による影響予測手法の開発, 電力中央研究所報告, N08084, 2009.
- 10) 栃木均: 地震時崩落岩塊の到達距離に及ぼす岩塊の大きさと形状の影響, 電力中央研究所報告, N09021, 2010.
- 11) 右城 猛, 楠本雅博, 加賀山肇: 岩盤上の表土が落石の跳ね返り速度に及ぼす影響に関する研究, 第6回 地盤と環境に関するシンポジウム講演概要・技術論文集, 地盤工学会四国支部徳島県地盤工学研究会, 2009
- 12) Sakaguchi, H., Ozaki, E. & Igarashi, T. : Plugging of the Flow of Granular Materials during the Discharge from a Silo, *Int. J. Mod. Phys. B*, 7, 1949-1963, 1993.

5 斜面の安定性に係わる設計・リスク評価手法のまとめ

ここでは、これまでに得られた成果を踏まえ、(独)原子力安全基盤機構(JNES)が平成26年2月に発行したREレポート「基礎地盤及び斜面の安定性に係る設計・リスク評価の手引き(JNES-RE-2013-2037)」の以下の項目について見直しを実施する。

- ・ 斜面が及ぼす影響に対する設計の手順
- ・ 地震応答解析による斜面の安定性の設計照査
 - 斜面の安定性の照査に用いる基準変位の考え方
 - ニューマーク法による斜面の安定性の照査について
- ・ 斜面の変状評価手法とフラジリティ曲線及びハザード評価

5.1 斜面が及ぼす影響に対する設計の手順に関する基本的な考え方と事例

前述のREレポートの「5.1.2 斜面が及ぼす影響に対する設計及び対策工の設計法の評価」の中の5.1.2.1項に斜面が及ぼす影響に対する設計の手順として、以下の内容が示されている。

5. 1. 2. 1 斜面が及ぼす影響に対する設計の評価の手順

原子力発電所の重要な安全機能を有する施設や設備に及ぼす周辺斜面の影響の設計は、以下の項目を適切な手順に従って実施されていることを確認する。

- ① 地質・地盤特性に応じた崩壊モードの判定
- ② 安定性に関するスクリーニング
 - ・地震応答解析によるスクリーニング
 - ・静的安定解析によるスクリーニング
- ③ 地震応答解析による斜面の安定性の設計照査
- ④ 斜面の変位・転動解析による原子力施設への影響評価

なお、上記検討を行った後、原子力発電所の重要な安全機能を有する施設や設備に影響を及ぼすと考えられる過大な変位が生じる場合には、適切な対策工の設計を行い、上記①～④の再検討が行われていることを確認する。

この手順についての手順が図5.1-2の様に示され、それらの手順が解説に述べられている。本事業で実施した(独)原子力安全基盤機構が平成20年度より実施してきた斜面模型の振動実験の再分析、さらに有限要素法の積極的な活用を行うための方策に関する検討をふまえ、③についての見直しを行う。ここでは、周辺斜面の崩壊モードとしてすべり破壊と判定される自然斜面及び人工斜面や土構造物を対象としている。

また、②の安定性に関するスクリーニングは、設計基準地震動を用いた動的解析から斜面の応答特性を把握し、得られた応答特性を用いて算定した安全率に基づき、安定性の評価対象とする

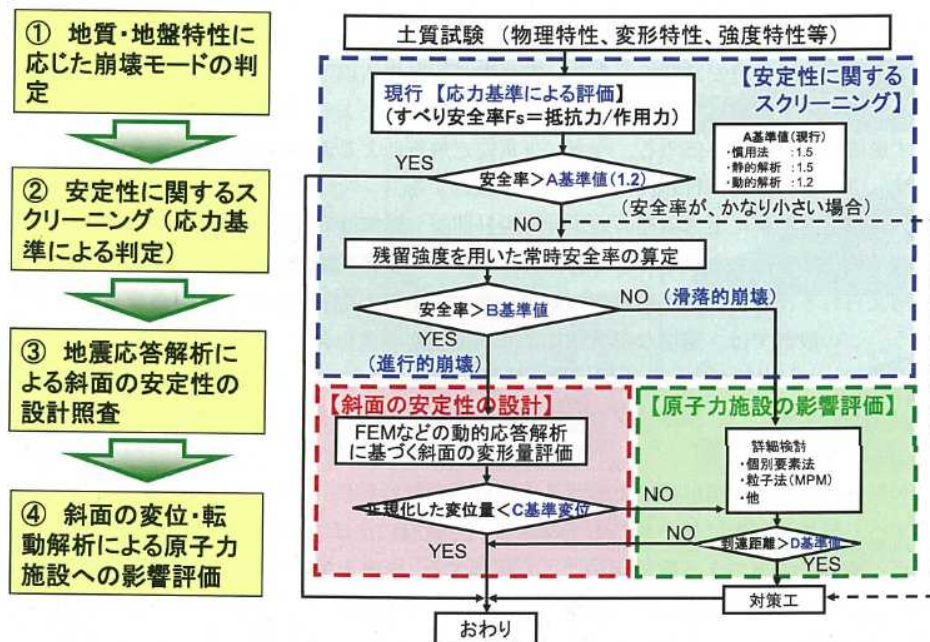


図5. 1-1 REレポートによる周辺斜面の安定性評価手順

か否かを判定するものであるが、初期応力解析の結果と合わせて、すべり面候補の多峰性を確認することが極めて重要である。このスクリーニングで実施する判定は、従来の応力基準により行うものの、他の判定基準例えば変位なども合わせてことが重要である。あわせて、造成地盤などを対象とする場合には、支持地盤の液化化などに対する安定性の評価も行うことが必要となる。

次に、このスクリーニングの部分に入っている残留強度を用いた自重安定解析の部分は、応力基準のより崩壊の可能性があると評価された斜面のうち、地震作用に対して滑落型の崩壊が生じる斜面のスクリーニングのプロセスである。2.2および3.2の2)における既往の実験データの解析や分析により、シーム層の傾き、風化層の未風化岩盤面の傾きが急な場合にはすべり安全率が1.0以上であっても地震作用に対して滑落が生じることが明らかとなり、自重作用に対する残留強度を用いた応力基準による評価のみではスクリーニングできないことが明らかとなった。このことから、残留強度を用いた自重安定解析を含む崩壊モードの判定が必要である。

この崩壊モード判定で、滑落的な崩壊形態の危険性があると判断される場合には、④の変位・転動解析により、すべり土塊が原子力施設に及ぼす影響を定量的に評価する。一方、破壊モード判定で進行的な破壊と判定される場合には、③の設計照査が行われていることを確認する。

次に、③の地震応答解析による斜面の安定性の設計照査では、地震応答解析の結果を踏まえ斜面内に形成されるすべり破壊領域がつながりすべり線に発達する状態を斜面内の変形や応力状態に基づき照査し、安定性の判断を行う。この設計では、すべり線の発達状態をすべり線の形成過程に基づいて評価する手法であるニューマーク法を用いることを意識し、すべり線が発達する状態のすべり土塊の限界変位とし、ニューマーク法による応答変位との比較により、判断を行うとい

う考え方が示されていた。しかし、2.3 2)の検討より、ニューマーク法によるすべり線上の土塊の変位評価は、残留強度に強く依存することなどから、適切且つ保守的な評価を安定し行うことができない手法であることが明らかとなった。このことから、ニューマーク法は補助的な評価は可能であるものの、限界状態の評価に用いる応答解析法とはならない。よって、前述のように、斜面内に形成されるすべり破壊領域がつながりすべり線に発達する状態を有限要素法などの解析により適切に評価することが必要となる。そのための予備検討が2.2, 3.2 1)で実施されており、その状態を適切に評価する方法の構築が急務である。

最後に、④の過程のうち、滑落型の崩壊に対する検討は4で実施され、5.4,5.5にその評価具体例を示す。よって、以下の④の手順は、以下の記述のとおりでよいと考える。

斜面の変位・転動解析による原子力施設への影響評価では、斜面のすべり破壊や転動に伴い生じる土塊が原子力施設に及ぼす影響を、地盤の大変形から破壊に至る挙動を考慮できる解析手法により評価する。崩壊土塊が施設に到達するかを評価し、到達すると判定された場合には、衝撃力を評価し適宜対策工などの設置の検討が行われていることを確認する。

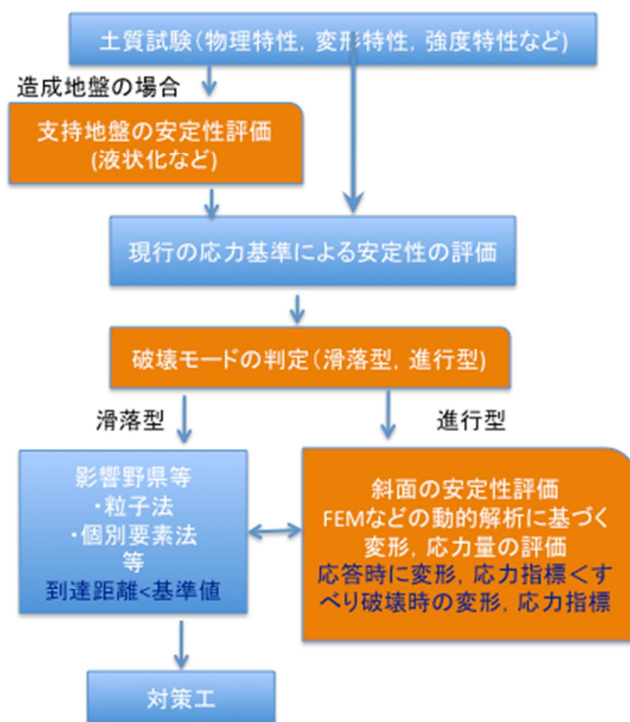


図 5.1-2 RE レポートによる周辺斜面の安定性評価手順の見直し案

以上の、見直し案を踏まえた図5.1-1の修正フローは図5.1-2に示す通りである。この中で、①破壊モードの判定、および②FEMなどを用いた地震時の安定性評価に用いるすべり線形成時の状態を表す指標の再評価を行うことが急務である。

5.2 地震応答解析による斜面の安定性の設計照査について

(独)原子力安全基盤機構(JNES)が平成26年2月に発行したREレポート「基礎地盤及び斜面の安定性に係る設計・リスク評価の手引き(JNES-RE-2013-2037)」の「5.1.2.4 地震応答解析による斜面の安定性設計の照査」では、以下のことが記述されている。

急激な崩壊が発生しないと判断された周辺斜面に対しては、地震時の残留変位を考慮した安定性の照査が行われていることを確認する。

ここで、「急激な崩壊が発生しないと判断された周辺斜面」とは5.1の見直しで示した破壊モードとして、進行型変形となることを示している。一方、その後の「地震時の残留変位を考慮した安定性の照査」とは、斜面内に形成されるすべり破壊領域がつながりすべり線に発達する状態を表す指標として、すべり土塊の変位量をすべり線長で規準化した基準変位を想定して述べられたものである。合わせて、そのすべり土塊の変位量はニューマーク法により評価できることを前提としていた。よって、解説では、その応答変位の算出に用いる一つの手法としてのニューマーク法、安定性の限界状態を規定する基準変位の考え方と実験に基づく評価事例が示されていた。

本事業では、(独)原子力安全基盤機構が実施してきた斜面モデルの振動実験の結果、さらに他機関における実験の結果を踏まえ、ニューマーク法の適用性、基準変位のMPMによる評価について検討を行った。

1) ニューマーク法の考え方

2) 基準変位の設定事例と考え方

その結果、5.1でも述べたようにニューマーク法は、その評価条件を考慮した実験においても残留強度の設定を含めてその手法が有する原理と地盤材料のせん断破壊挙動の対応が悪く、保守的な精度で、すべり変位を評価することができないことが明らかとなった。ただし、ここでは斜面の様にすべり線上の応力状態が複雑で、常に重力によるすべり破壊を促進する力が作用している状態へのニューマーク法の適用性がないことを示しており、他の状態への適用性については言及していない。

一方、基準変位についても、MPMを用いた既往の実験に対する基準変位の評価は可能であることが明らかとなった。しかし、仮想実大斜面においては、基準変位の評価に必要な出力点の評価自体が困難で、解析による変形、ひずみを直接評価した方がよいことが明らかとなった。

これらのことから、5.1で示した手順の見直しを行った。

また、その見直しを踏まえ、「5.1.2.4 地震応答解析による斜面の安定性設計の照査」の部分の記述を以下の様に本来評価対象とするべき状態に関する評価に修正した。この状態の評価に用いる変形、応力の考え方を明らかにすることが、強震動に対して生じる可能性のある現象を適切に評価することにより、その影響を適切に評価するために必要不可欠と考えられる。

急激な崩壊が発生しないと判断された周辺斜面に対しては、地震時に斜面内に形成されるすべり破壊領域がつながりすべり線に発達する状態を限界状態とした安定性の照査が行われていることを確認する。

5.3 斜面の変状評価手法とハザード評価の考え方とその事例

1) 斜面の変状によるハザード評価の考え方の整理

(独)原子力安全基盤機構(JNES)が平成26年2月に発行したREレポート「基礎地盤及び斜面の安定性に係る設計・リスク評価の手引き(JNES-RE-2013-2037)」の6.6.2項に斜面の影響に関するリスク評価について記述されている。同項は、斜面の影響評価の基本的な考え方(6.6.2.1)との斜面の変状評価手法とフラジリティ曲線及びハザード評価(6.6.2.2)の2つで構成されている。後者は以下のように記述されている。

6.6.2.2 斜面の変状評価手法とフラジリティ曲線及びハザード評価

- 1) 斜面の変状は、対象とする事故シナリオ、及び施設や設備に対するフラジリティ曲線やハザードの評価指標に応じて、適切に評価されていることを確認する。
- 2) 施設や設備に対するフラジリティ曲線やハザードの評価には、現実的応答として、周辺斜面の変状に関する評価指標について、その大きさと頻度の関係が適切に評価されていることを確認する。
- 3) 施設や設備に対するフラジリティ曲線は、現実的な耐力と現実的応答との関係より適切に評価されていることを確認する。

4章では、主として斜面の崩壊に起因したハザード評価の考え方と適用事例、合わせてフラジリティ評価の考え方を示した。その成果を踏まえ、6.6.2.2を以下の様にハザード評価とフラジリティ評価に分け、ハザード評価について本項、フラジリティ評価は次項で示す。

6.6.2.2 斜面の変状によるハザード評価

- 1) 斜面の変状に起因する施設や設備に対するハザードは、対象とする事故シナリオに基づく施設や設備の損傷モードを踏まえた評価指標に対して、適切に評価する。
- 2) 斜面の崩壊に対するハザードは、次の3ステップにより、現実的応答として、周辺斜面の変状に関する評価指標について、その大きさと頻度の関係を適切に評価する。
 - ・ 崩壊領域の評価
 - ・ 斜面と岩塊のモデル化と崩壊解析
 - ・ 対象構造物へのハザード評価

6.6.2.3 斜面の変状によるフラジリティ評価

- 1) 斜面の変状によるフラジリティは、対象とする事故シナリオに基づく施設や設備の損傷モードおよびハザード情報を踏まえ、評価指標を適切に評価する。
- 2) 施設や設備に応じた評価指標に対するフラジリティ曲線は、現実的な耐力と斜面の崩壊も含む現実的応答との関係より適切に評価されていることを確認する。

2) 斜面の変状によるハザード評価の考え方とその評価事例

ここでは、新たに設定した 6.6.2.2 についての考え方とその評価事例を示す。

6.6.2.2 斜面の変状によるハザード評価

1) 斜面の変状に起因する施設や設備に対するハザードは、対象とする事故シナリオに基づく施設や設備の損傷モードを踏まえた評価指標に対して、適切に評価する。

2) 斜面の崩壊に対するハザードは、次の3ステップにより、現実的応答として、周辺斜面の変状に関する評価指標について、その大きさと頻度の関係を適切に評価する。

- ・崩壊領域の評価
- ・斜面と岩塊のモデル化と崩壊解析
- ・対象構造物へのハザード評価

1)について

斜面の変状に起因する施設や設備に対するハザードは、斜面の崩壊を含む変状が対象施設まで及ぼかどうかの間接的影響、さらに影響が及ぶ場合に影響土量、物理的な作用の程度など直接的影響の2つがあり、対象施設や設備に応じて適切に設定することが必要である。

間接的影響は、一般に崩壊岩塊、また土塊の到達位置と施設位置との関係により評価される。

直接的影響を評価する場合には、間接的影響により得られる崩壊岩塊、また土塊の到達確率のもとでの条件付き確率としてその影響を評価する。

2)について

斜面崩壊が対象構造物へ与える影響について、以下の3ステップに分けてその評価する。ここでは、崩壊領域評価と崩壊挙動評価、ハザード評価に分け、崩壊挙動評価についてはDEMを想定して手順を示しているが、実験を再現できる適切な方法であれば、粒子法等の他の方法を用いてもよい。また、崩壊領域評価と崩壊挙動評価を一括して同時に行ってもよい。

1. 崩壊領域の評価
2. 斜面と岩塊のモデル化と崩壊解析
3. 対象構造物へのハザード評価

以下にそれぞれの考え方と事例を示す。

i) 崩壊領域の評価

崩壊対象構造物を含んだ2次元あるいは3次元の斜面モデルによる斜面安定解析を実施して崩壊領域を設定する。

現状の地盤や周辺斜面の安定性検討で用いられている等価線形化法による 2 次元動的有限要素法に基づいて崩壊領域を評価してもよい。ただし、その場合は安全側に考え、図 5.3-1 に示す様に適切に定めた安全率を下回る全てのすべり線を対象とする。それらについて、すべてのすべり面群を崩落する曲面かまたは、面外方向に水平に延長したすべり面群の包絡面を仮想崩落面とし、それより上部にある土塊すべてが崩落すると仮定する。可能性のあるすべり面をすべて包絡して設定するため、現実よりも相当大きめの設定となる可能性がある。設定した崩壊領域の 3 次元的なイメージを図 5.4-2 に示す。

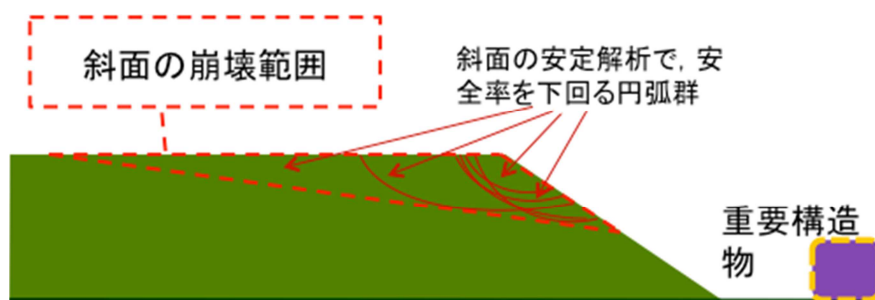


図 5.3-1 崩壊領域の評価の概念

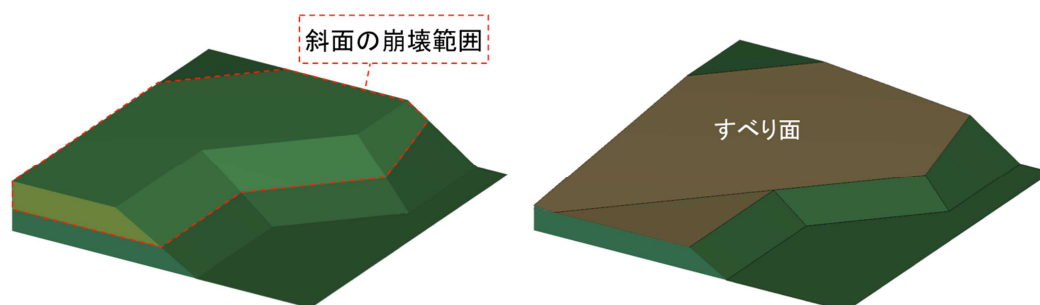


図 5.4-2 崩壊領域の設定のイメージ

ii) 斜面と岩塊のモデル化と崩壊解析

1) 手法の妥当性確認

用いる手法は不規則な形状をした岩塊が斜面を転落し、のり先において転動が減衰する様子を適切に評価する必要がある。既往の実験と整合する結果が得られる手法であることを確認しなくてはならない。

2) 適切なパラメタ設定

岩塊が転動する現地の斜面および法先平面の材質に応じ、合理的なパラメタ設定を行う必要がある。仮想崩落面(すべり面)と崩壊領域にある岩塊モデルとの相互作用を定める物性として、滑動に対し、その手法の最も保守的な値を設定する。

「既往の実験と整合」は、個々の運動を正確に再現するという意味ではなく、法先に射出する岩塊の速度(また運動エネルギー)、法先平面における「到達距離」および「拡がり」

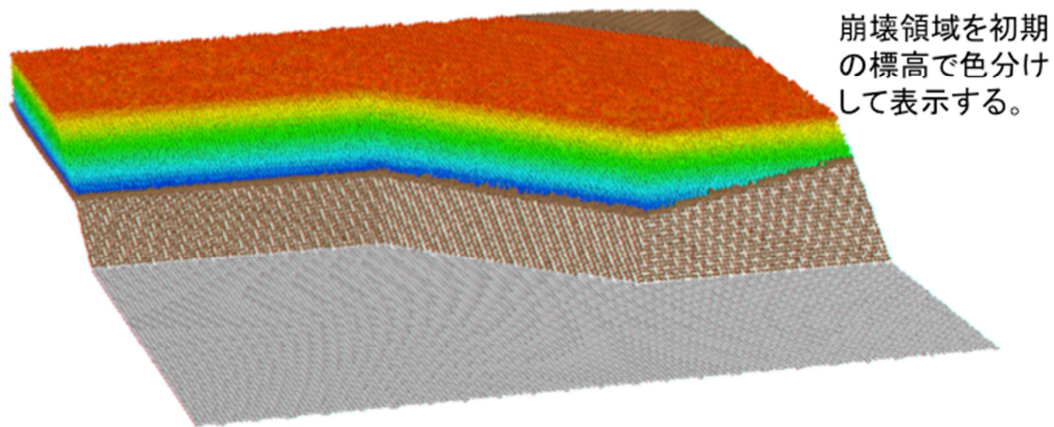


図 5.3-3 個別要素法による解析モデルの例

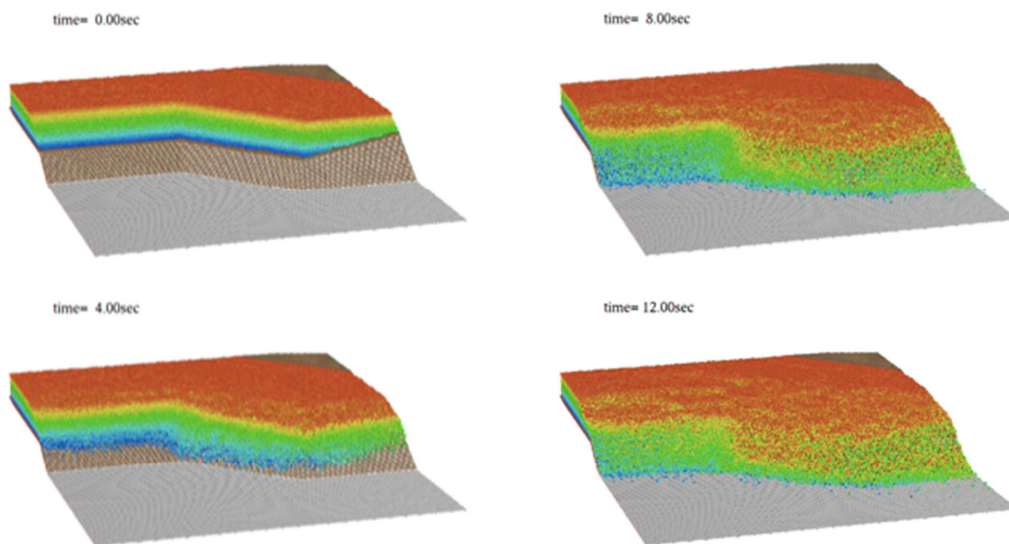


図 5.3-4 個別要素法による崩壊解析例

の平均値およびばらつきが対応しているという意味である。なお、ばらつきに関しては実験より大きくてもよい。

崩壊領域は自重のみで崩壊し始めることを確認する。

個別要素法を用いた図 5.3-2 に示す崩壊領域にモデルを図 5.4-3, 崩壊解析の事例を図 5.4-4 に示す。ここで用いた解析条件の例を以下に示す。

- 粒径 0.5m, 全粒子 2 1 万個, 崩壊領域粒子 13 万個
- 粒子密度 2,300kg/m³

- ・反発係数 0.5(すべり面，斜面および底面と粒子)
- ・反発係数 0.62 (粒子同士，パラメータは同値だが換算質量が半分になるため)
- ・摩擦係数 0.0 (すべり面と粒子)
- ・摩擦係数 30.0° (斜面および底面と粒子同士)

また，この解析で用いた解析パラメータの設定例を以下に示す。

粒径：崩壊斜面のトレンチ等で明らかになった，平均割れ目間隔や，掘削時出てきた岩塊の大きさを参考に大きめの値とする。ただし，斜面に対してあまりにも大きいと分解能が悪くなる。

粒子密度：崩壊斜面の単位体積重量が一致するように粒子密度を定める。

摩擦係数：材料試験を行うか，過去の事例を参照して定める。おおむね，20°～40°の範囲である（原子力規制庁，(独)原子力安全基盤機構が実施した転動試験により示された材料実験結果を参照）。この範囲であれば，解析結果に対する摩擦係数の感度は小さい。

ここで，個別要素法を用いる場合には以下の事項に注意が必要である。

崩壊領域の大半を占める岩種の節理間隔や同種地盤を掘削した際に出現した岩塊の寸法などから，崩壊土塊を表現するための粒子寸法を定める。岩塊が単独で斜面を滑動または転動し法先平面へ到達した場合，実現象としては，岩塊の寸法が小さい程その後遠くへ飛散する傾向があると考えられる。これは，岩塊の寸法が大きいほど，衝突時における岩塊，接触面双方の損傷の程度が大きく，反発係数が小さいためである。但し，数値計算を行う場合，反発係数と摩擦係数が変わらなければ，飛散の程度は岩塊の寸法によらない。一方，岩塊が群として斜面を滑動または転動し法先平面へ到達した場合，実現象としては，岩塊の寸法が大きい程その後遠くへ飛散する傾向が強い²⁾。これは，同量の岩塊群であれば，岩塊の寸法が小さい方が岩塊の数が多いので，特に，底面への衝突により岩塊の速度が急低下する法先近傍における岩塊同士の衝突回数が多くなり堆積し易くなるためである。岩塊は，例えば反発係数 0.3 の場合，一回の衝突で 91% の速度エネルギーを消失する。一旦堆積が始まるとそこに後から落下してきた岩塊の反発係数は，岩塊堆積地盤に対するそれであり，非常に小さいのでさらに堆積が加速するという仕組みがある。数値計算では，同量であれば，岩塊の寸法が大きい程遠くへ飛散する現象が再現されなければならない。

群の計算をする場合，等粒径とすることが解析上計算時間の節約となる。粒度分布を考慮すると，同量の群の場合粒子数が増大する。粒子数の増大は堆積のし易さの増大であり，等粒径の方が遠くへ飛散する。

岩塊群に細粒分が含まれている場合，その量に応じて反発係数が低下する。等粒径で土砂をモデル化する際には，この点を考慮しないと到達距離を過大評価することとなるので注意を要する。

崩壊土塊の重要構造物への衝突による影響は、構造物への衝突確率や衝突速度の確率分布から評価を行う。アクセス道路や取水設備等への崩壊土塊や土砂の堆積に関してはその堆積土量から評価を行う。

①対象構造物へのハザード評価

崩壊土塊の重要構造物へ衝突による影響については、その頻度や土塊数量が一般には小さくばらつきが大きいいため、一回の解析結果から確定的に評価することは困難である。そのため到達確率や衝突速度の確率分布として評価する必要がある。その際、図 5.3-5 に示すように土塊の到達した地点の空間的確率分布に関して（安全側のケースを基に）適切なモデル化を行い、それに基づき衝突確率や衝突速度の確率分布の評価を行ってもよい。

一方、堆積土量の評価に関しては堆積に関係する土塊数量が多く、ばらつきは小さいため確定的な評価を行ってよい。ただし、設定するパラメタによってその堆積土量は異なるため、パラメタスタディーを行う必要がある。

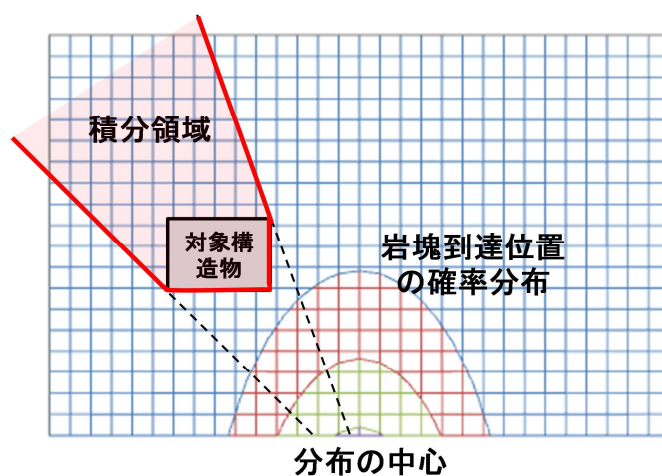


図 5.3-5 衝突確率算定の考え方

先に示した 3 次元 DEM による崩壊した岩塊の分布より、対象施設への衝突確率（到達確率）の算定例を以下に示す。

まず、213921 個の粒子（要素，固定要素を含む）からなる DEM 解析であり、それらすべてを用いたモデル化は困難が予想されるため、構造物の周辺の粒子の抽出を行う。対象とする構造物は図 5.3-6 に検討の対象とした構造物 A（対角線の座標は（110, 130）,（140, 140））と B（対角線の座標は（110, 110）,（140, 120））を示す。

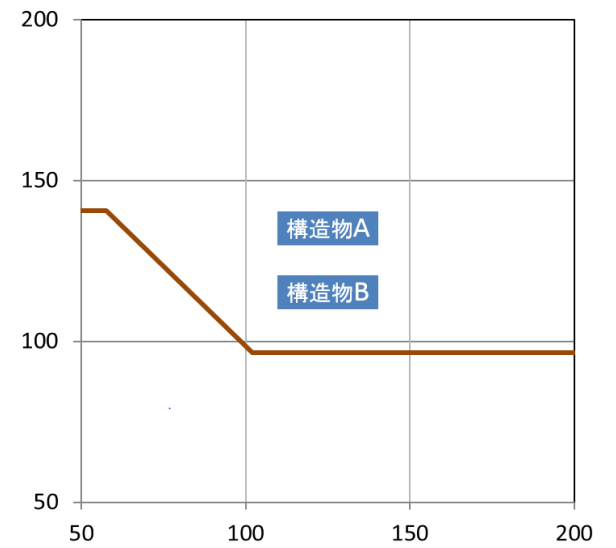


図 5.3-6 構造物 A と B の位置

抽出のための関数のパラメタ(4.2 節参照)である半径 $r_0=30$ のケースに対して 10153,個の粒子が抽出された. 図 5.3-7 に各ケースの抽出された粒子の分布を示す. 参考までに構造物 A の位置も示している. 当然のことながら半径 r_0 が大きくなると粒子が多くなり, 広い範囲に分布することになる. 抽出のための中心座標は (120, 120), s は 10 とした. これらの座標は対象とする構造物に合わせて解析者が設定する. 今回の構造物 A と B については同じパラメタとした. 図 5.3-7 に示した粒子の分布を GMM でモデル化する. GMM の個数と BIC の関係より BIC 最小となるときの GMM の重ね合わせ個数を用いて推定した確率分布を図 5.3-8 に示す.

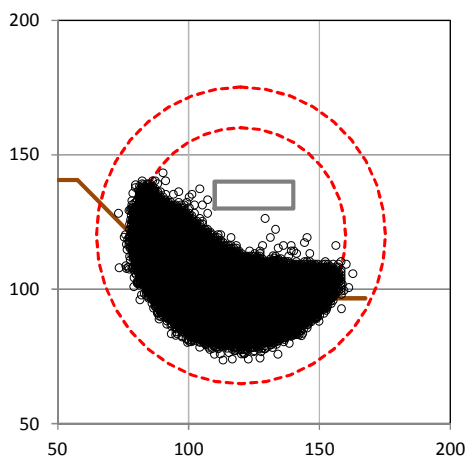


図 5.3-7 DEM 解析結果から抽出した粒子の分布, 構造物 A

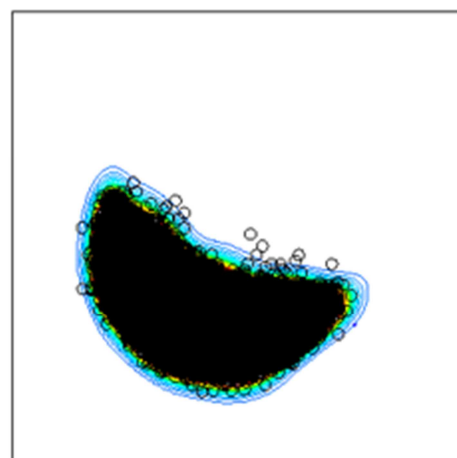
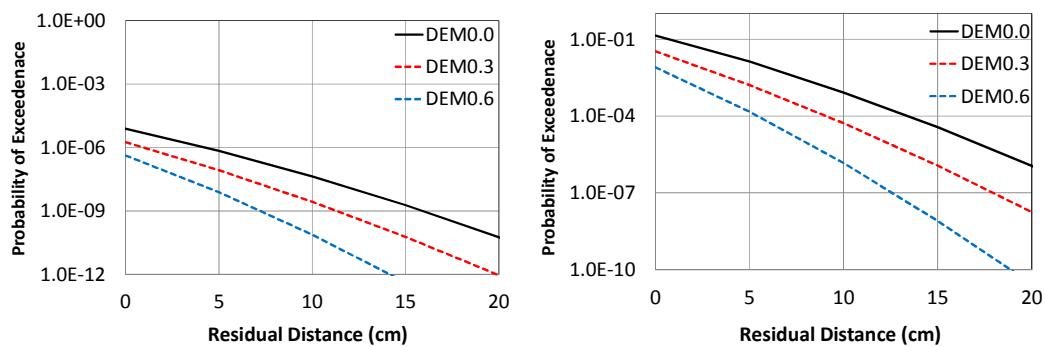


図 5.3-8 GMM による確率密度分布のコンター

さらに DEM 解析条件を変化させ、多少のばらつきを与えたケースについて同様の計算を行う。以下、この多少のばらつきを与えた2つのケースを DEM0.3, DEM0.6 と記述する。図 5.3-9 に構造物 A に対する衝突ハザードを示す。



(1) 落石 1 個の場合

(2) 落石の総数考慮

図 5.3-9 構造物 A に対する残存距離ハザード

5.5 斜面の変状評価手法とフラジリティ評価の考え方

5.4にて(独)原子力安全基盤機構(JNES)が平成26年2月に発行したREレポート「基礎地盤及び斜面の安定性に係る設計・リスク評価の手引き(JNES-RE-2013-2037)」の6.6.2.2項を、本事業での成果を踏まえ「6.6.2.2 斜面の変状によるハザード評価」と「6.6.2.3 斜面の変状によるフラジリティ評価」の2つに分けることを示した。

ここでは、6.6.2.3の斜面の変状によるフラジリティ評価に関する考え方を示す。

6.6.2.3 斜面の変状によるフラジリティ評価

- 1) 斜面の変状によるフラジリティは、対象とする事故シナリオに基づく施設や設備の損傷モードおよびハザード情報を踏まえ、評価指標を適切に評価する。
- 2) 施設や設備に応じた評価指標に対するフラジリティ曲線は、現実的な耐力と斜面の崩壊も含む現実的応答との関係より適切に評価されていることを確認する。

1) について

事故シナリオに応じて適切に斜面の変状を評価する必要がある。最初に対象となる事故シナリオ、施設に対するフラジリティ評価が必要となり、その評価指標に関する評価を適切に行わなくてはならない。対策工のある斜面については、その効果についても適切に考慮されていることを確認する。

事故シナリオに対応する評価指標を以下に例示する。

例1 崩壊した岩塊の衝突により屋外変電施設が損傷し、外部電源が喪失

例えば、衝撃力をフラジリティ評価における評価指標とする場合は、斜面が崩壊し、岩塊が施設に到達して作用する衝撃力を評価する。評価指標は一つだけとは限らない。衝撃力とエネルギーなどの組み合わせも考えられる。対象とする事象に応じて適切に評価指標を選ばなくてはならない。

例2 斜面上やのり先の送電鉄塔が倒壊し外部電源が喪失

例えば、鉄塔基礎位置における変位量をフラジリティ評価における評価指標とする場合は、斜面の変状による変位量を評価する。

例3 大量の岩塊や土砂が取水ピットを埋めることにより冷却水の取水機能が喪失
例えば、取水ピットを埋める岩塊や土砂の量をフラジリティ評価における評価指標とする場合は、斜面の崩壊により岩塊や土砂が取水ピット位置まで到達して埋める量を評価する。

例4 斜面変状によりAM 対策用のアクセスルートが不通、AM を阻害

例えば、アクセスルートにおける沈下量をフラジリティ評価における評価指標とする場合は、斜面の変状による沈下量を評価する。

上記のような斜面の崩壊に関連した評価指標については、粒子法や個別要素法などの適切な解析手法を用いて評価されていることを確認する。

2)について

周辺斜面の地震時における現実的応答は、原則として応答解析に基づく方法を用いて、その統計的性質を求める。評価に用いる地盤物性、減衰定数などはプラント個別データに基づくことが望ましい。周辺斜面の地震応答評価では、工学的基盤上の地盤の形状及び非線形性、不確かさ要因などを適切にモデル化できる手法が用いられていることを確認する。その際応答解析には、斜面の安定性を間接的に構造物への影響の限界状態とする場合①、斜面の崩壊を含む変状による構造物の影響を直接的な限界状態とする場合②に応じた手法が用いられていることを確認する。

① すべり安全率や許容変位量の場合、有限要素法による等価線形解析や非線形有限要素解析等を用いる。

② 土塊や岩塊の変位量、移動土塊量、さらに作用として土塊や岩塊の衝撃力を用いる場合、粒子法や個別要素法などの大変形を考慮できる逐次非線形解析を用いる。その場合、地盤材料の物性値、入力地震動、境界条件が明らかで、かつ崩壊モードが異なる複数の振動台試験データで検証し、解析パラメータを変化させた感度解析を実施するものとする。

なお、スクリーニング解析などの目的で簡易評価を行う場合には、安定性解析に用いられるすべり面法などの慣用法を用いてもよい。

フラジリティ曲線の評価には、現実的応答と合わせて、周辺斜面の影響に関する限界状態の評価指標の基準値が行われていることを確認する。評価指標として間接的な限界状態に対応するすべり安全率を用いる場合には、それが地盤の抵抗力と作用力の比として表されることから、抵抗力の限界値を耐力とする。それらは、すべり面上の鉛直応力などのように応答に依存するため、現実的応答の従属として取扱うものとする。さらに、その抵抗力の限界値は、地盤材料の強度特性に関する調査・要素試験結果及び類似材料に対する既往の特性値を用い、モール・クーロン式などの破壊基準により評価する。土塊や岩塊の変位量の限界値は、斜面崩壊に関する模型試験結果などを踏まえて規定されていることを確認する。

評価指標として、直接的な限界状態である施設や設備への到達また衝突の影響を考慮する場合は以下のように行う。まず、斜面崩壊により岩塊が注目する構造物に衝突し、損傷をもたらす確率を評価するための流れを図 5.4-1 に示す。これまでに示したように残存距離の形でハザードを評価することができるが、残存距離はフラジリティ(構造物の耐力)と直接関係付けるのは困難である。そのため、残存距離ハザードを衝突速度ハザードへ変換する。別途行われている実験から残存距離と衝突速度の関係を評価することを予定しており、その結果から図の(2)に示すように両者の関係をモデル化する。その関係から(3)に示すように衝突速度ハザードを評価することができる。その際に衝突速度と残存距離の關係に大きな不確かさが伴うためにその影響も考慮する必要がある。これに対して衝突速度に関する構造物(施設)の損傷度曲線(fragility)を構築すると損傷確率を算定することができる。図の(3)では例として平均 8、標準偏差 0.8 の損傷度曲線を示した。こうした損傷

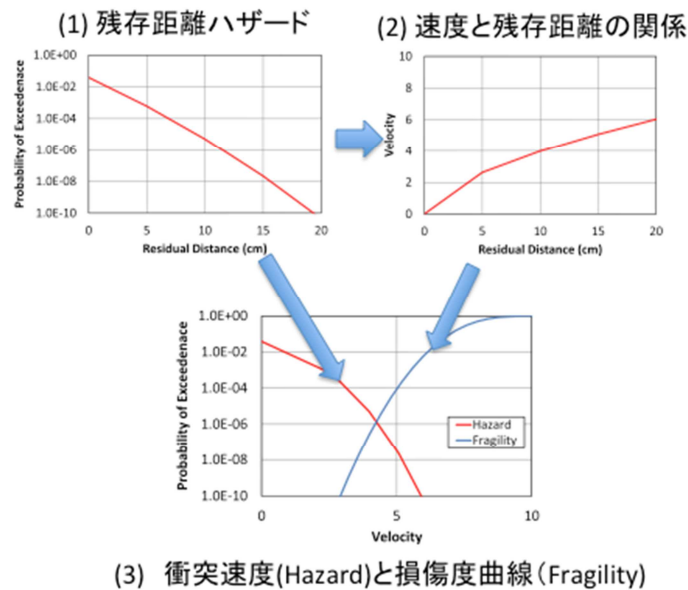


図 5.4-1 岩塊崩落による損傷確率評価の考え方

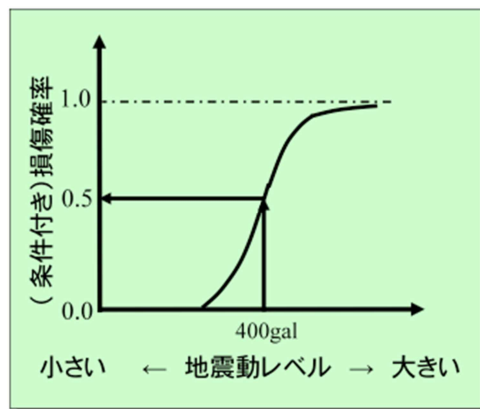


図 5.4-2 地震動強度と岩塊崩落による損傷確率の関係

度曲線は限界状態，対象とする構造物に従って実験的，あるいは数値解析的検討により算定する必要がある。

図 5.4-2 で求められるのは斜面崩壊が生じた場合の条件付きの損傷確率であることに注意を要する。全確率の評価が必要であるがそれは容易ではない。効率的な全確率の算定方法の構築は今後の課題であろう。最終的には図 5.5-2 のイラストに示すように地震動強度に対する損傷確率として与えられる損傷度曲線までまとめることが理想であろう。

6. あとがき

本報告書は、原子力発電施設の総合的な安全性向上評価の確認に資するための必要な斜面の安定性に係る設計・リスク評価手法の整備することを目的とし、その課題のうち以下の3つについて検討を行った。

- ・地震応答解析による斜面安定性の設計評価手法
- ・斜面安定性の設計評価における評価基準値
- ・地震P R A手法に用いる斜面崩壊後のリスク評価手法

それらの検討結果を踏まえ、(独)原子力安全基盤機構が平成26年2月に発行したREレポート「基礎地盤及び斜面の安定性に係る設計・リスク評価の手引き(JNES-RE-2013-2037)」の関連部分についての加筆、および見直しを実施し、5章にてREレポートと同様な形式でのとりまとめを行った。よって、前述の検討事項に関する2章から4章までのまとめは、5章に示されているものとする。

付録 A 崩壊土塊の影響評価の手順（案）

斜面崩壊が対象構造物へ与える影響について、以下の3ステップに分けてその評価手順を示す。本手順では、崩壊領域評価と崩壊挙動評価、ハザード評価に分け、崩壊挙動評価についてはDEMを想定して手順を示しているが、実験を再現できる適切な方法であれば、粒子法等の他の方法を用いてもよい。また、崩壊領域評価と崩壊挙動評価を一括して同時に行ってもよい。

1. 崩壊領域の評価
2. 斜面と岩塊のモデル化と崩壊解析
3. 対象構造物へのハザード評価

1. 崩壊領域の評価

評価対象構造物を含んだ2次元あるいは3次元の斜面モデルによる斜面安定解析を実施して崩落領域を設定する。

解説

現状の地盤や周辺斜面の安定性検討で用いられている等価線形化法による2次元動的有限要素法に基づいて崩壊領域を評価してもよい。ただし、その場合は安全側に考え、適切に定めた安全率を下回る全てのすべり線を対象とする。それらについて、すべてのすべり面群を崩落する曲面かまたは、面外方向に水平に延長したすべり面群の包絡面を仮想崩落面とし、それより上部にある土塊すべてが崩落すると仮定する。可能性のあるすべり面をすべて包絡して設定するため、現実よりも相当大きめの設定となる可能性がある。

2. 斜面と岩塊のモデル化と崩壊解析

1)手法の妥当性確認

用いる方法は不規則な形状をした岩塊が斜面を転落し、のり先において転動が減衰する様子を適切に評価する必要がある。既往の実験と整合する結果が得られる手法であることを確認しなくてはならない。

2)適切なパラメタ設定

岩塊が転動する現地の斜面および法先平面の材質に応じ、合理的なパラメタ設定を行う必要がある。仮想崩落面と崩壊領域にある岩塊モデルとの相互作用を定める物性として、滑動に対し、その手法の最も保守的な値を設定する。

解説

「既往の実験と整合」は、個々の運動を正確に再現するという意味ではなく、法先に射出する岩塊の速度(運動エネルギー?)、法先平面における「到達距離」および「拡がり」の平均値およびばらつきが対応しているという意味である。なお、ばらつきに関しては実験より大きくてもよい。

崩壊領域は自重のみで崩壊し始めることを確認する。

個別要素法を用いる場合の注意点

崩壊領域の大半を占める岩種の節理間隔や同種地盤を掘削した際に出現した岩塊の寸法などから、崩壊土塊を表現するための粒子寸法を定める。岩塊が単独で斜面を滑動または転動し法先平面へ到達した場合、実現象としては、岩塊の寸法が小さい程その後遠くへ飛散する傾向があると考えられる。これは、岩塊の寸法が大きいほど、衝突時における岩塊、接触面双方の損傷の程度が大きく、反発係数が小さいためである。但し、数値計算を行う場合、反発係数と摩擦係数が変わらなければ、飛散の程度は岩塊の寸法によらない。一方、岩塊が群として斜面を滑動または転動し法先平面へ到達した場合、実現象としては、岩塊の寸法が大きい程その後遠くへ飛散する傾向が強い²⁾。これは、同量の岩塊群であれば、岩塊の寸法が小さい方が岩塊の数が多いので、特に、底面への衝突により岩塊の速度が急低下する法先近傍における岩塊同士の衝突回数が多くなり堆積し易くなるためである。岩塊は、例えば反発係数0.3の場合、一回の衝突で91%の速度エネルギーを消失する。一旦堆積が始まるとそこに後から落下してきた岩塊の反発係数は、岩塊堆積地盤に対するそれであり、非常に小さいのでさらに堆積が加速するという仕組みがある。数値計算では、同量であれば、岩塊の寸法が大きい程遠くへ飛散する現象が再現されなければならない。

群の計算をする場合、等粒径とすることが解析上計算時間の節約となる。粒度分布を考慮すると、同量の群の場合粒子数が増大する。粒子数の増大は堆積のし易さの増大であり、等粒径の方が遠くへ飛散する。

岩塊群に細粒分が含まれている場合、その量に応じて反発係数が低下する。等粒径で土砂をモデル化する際には、この点を考慮しないと到達距離を過大評価することとなるので注意を要する。

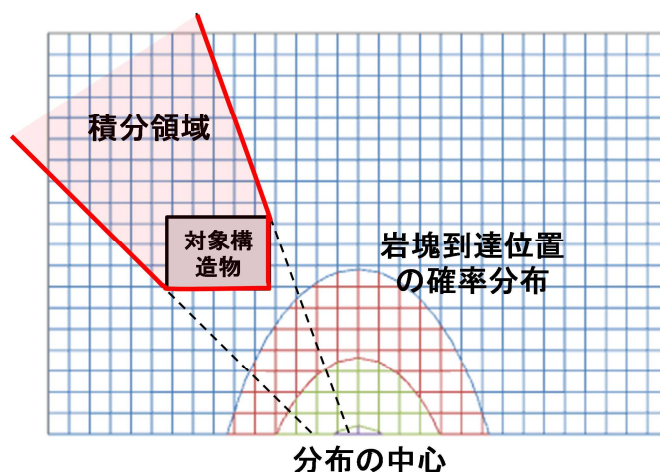
3. 対象構造物へのハザード評価

崩壊土塊の重要構造物へ衝突による影響については、構造物への衝突確率や衝突速度の確率分布から評価を行う。アクセス道路や取水設備等への崩壊土塊や土砂の堆積に関してはその堆積土量から評価を行う。

解説

崩壊土塊の重要構造物へ衝突による影響については、その頻度や土塊数量が一般には小さくばらつきが大きいいため、一回の解析結果から確定的に評価することは困難である。そのため到達確率や衝突速度の確率分布として評価する必要がある。その際、図 4-1 に示すように土塊の到達した地点の空間的確率分布に関して（安全側のケースを基に）適切なモデル化を行い、それに基づき衝突確率や衝突速度の確率分布の評価を行ってもよい。

一方、堆積土量の評価に関しては堆積に係する土塊数量が多く、ばらつきは小さいため確定的な評価を行ってよい。ただし、設定するパラメタによってその堆積土量は異なるため、パラメタスタディーを行う必要がある。



衝突確率算定の考え方

以上

付録B EMアルゴリズムを用いたGMM(Gaussian Mixture Model)の推定方法

実際の斜面は複雑な3次元構造しており、崩壊した土塊の到達分布は地形に依存した複雑な形になることが容易に想像される。そうした場合は、単一の正規分布などによるモデル化では不十分である。複雑な特性を持った確率密度分布を表す手法として、複数のガウス型確率密度分布の和として表現する混合ガウスモデルGMM(Gaussian Mixture Model)が知られており、その推定法としてEMアルゴリズムを用いる方法がある。ここでは、その考え方、定期化及び簡単な数値計算例を紹介する。

考え方と定式化

観測データ集合を $D = \{\mathbf{x}_j; j=1, n\}$ として、次の関係があるとする。

$$\mathbf{x}_j = \sum_{i=1}^m w_{ij} (\boldsymbol{\mu}_i + \mathbf{v}_i) \quad (1)$$

\mathbf{x}_j は j 番目の観測量ベクトルであり、 n_x 次元とする。 \mathbf{v}_i は平均 $\boldsymbol{\theta}$ の正規分布に従うベクトルであり、その共分散行列は \mathbf{R}_i とする。各観測情報は m 個の正規分布のどれかに属し、観測誤差は互いに独立な正規分布とする。 w_{ij} はデータ j がどの正規分布に従うかを示しており、例えば、要素となるガウス分布が3つあり ($m=3$)、1から4番目のデータがそれぞれ観測方程式の2, 3, 2, 1番目に従う場合は以下のようなになる。

$$[w_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & \dots \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix} \quad (2)$$

m 個のガウス分布の混合比を d_i で表すと、その結合確率密度関は以下の式で与えられる。

$$p(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^m d_i \phi(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_i, \mathbf{R}_i) \quad (3)$$

ここで、 $\boldsymbol{\theta}$ は未知パラメタでガウス分布の平均ベクトルからなる。

$$\boldsymbol{\theta}^T = (d_1, \boldsymbol{\mu}_1, \mathbf{R}_1, d_2, \boldsymbol{\mu}_2, \mathbf{R}_2, \dots, d_m, \boldsymbol{\mu}_m, \mathbf{R}_m) \quad (4)$$

$\mathbf{x}_i, \mathbf{R}_i$ は i 番目の平均ベクトルと共分散行列である。 $\phi(\cdot; \boldsymbol{\mu}, \mathbf{R})$ は平均ベクトル $\boldsymbol{\mu}$ 、共分散行列 \mathbf{R} の多変量正規分布の確率密度関数を表す。

$$\phi(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \mathbf{R}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\mathbf{R}|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right\} \quad (5)$$

混合比 d_i は以下の式で求められ、

$$d_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n w_{ij} \quad (6)$$

次の関係をもつ。

$$d_i > 0, \sum_{i=1}^m d_i = 1 \quad (7)$$

EM アルゴリズムでは2種類のステップ、Eステップ（期待値，Expectancy）とMステップ（最大化，Maximization）の反復計算より最尤推定値を求める。

Eステップとして仮定した θ に対する対数尤度関数の期待値 Q を以下の式で求める。

$$Q(\theta) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m w_{ij} \log(d_i \phi(\mathbf{x}_j; \boldsymbol{\mu}_i, \mathbf{R}_i)) \quad (8)$$

ここで、 n は観測データの数を表す。また、 w_{ij} はベイズの考え方にに基づき次式で推定する。なお、問題設定上 w_{ij} は未知とするので以下、記号 w_{ij} は期待値を表すとする。

$$w_{ij} = \frac{d_i \phi(\mathbf{x}_j; \boldsymbol{\mu}_i, \mathbf{R}_i)}{\sum_{k=1}^m d_k \phi(\mathbf{x}_j; \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{R}_k)} \quad (9)$$

次にMステップでは Q 関数を各パラメタに関して最大化する。 Q 関数について式(1)に示した観測方程式の観測量誤差がデータ間で互いに独立な同じ正規分布に従う(i.i.d.)と仮定して具体的に書き下すと以下の式が得られる。

$$Q(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m w_{ij} \left((\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_i)^T \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_i) \right) - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m w_{ij} \left(-2 \ln(d_i) + \ln|\mathbf{R}_i| + \ln(2\pi) \right) \quad (10)$$

共分散行列の逆行列 \mathbf{R}^{-1} について、次の条件を満たす必要がある。

$$\frac{\partial Q}{\partial \mathbf{R}_i^{-1}} = \mathbf{0} \quad (11)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \mathbf{R}_i^{-1}} = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n w_{ij} (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_i) (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_i)^T + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n w_{ij} \mathbf{R}_i = \mathbf{0} \quad (12)$$

ここで、 \mathbf{R}_i が正則かつ対称であることから次の関係があることを用いて式(12)を誘導している。

$$\frac{\partial \ln|\mathbf{R}_i|}{\partial \mathbf{R}_i^{-1}} = -|\mathbf{R}_i| \frac{\partial |\mathbf{R}_i^{-1}|}{\partial \mathbf{R}_i^{-1}} = -|\mathbf{R}_i| \mathbf{R}_i \frac{1}{|\mathbf{R}_i|} = -\mathbf{R}_i$$

したがって、次式により共分散行列 \mathbf{R}_i が求められる。

$$\mathbf{R}_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^n w_{ij}} \sum_{j=1}^n w_{ij} \left((\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_i) (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_i)^T \right) \quad (13)$$

同様にして平均値ベクトルについても次式で算定される。

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\mu}_i} = \mathbf{0} \quad (11)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\mu}_i} = \sum_{j=1}^n w_{ij} \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_i) = \mathbf{0} \quad (12)$$

$$\mu_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^n w_{ij}} \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j \quad (13)$$

以上のEステップとMステップを繰り返すことで解を得ることができる。ここでは収束計算の停止則として以下の尤度関数を用いた式を採用する。

$$\left| \frac{\ln(L^{k+1}) - \ln(L^k)}{\ln(L^{k+1})} \right| < \varepsilon \quad (14)$$

ここで、 $\ln(L^k)$ はイタレーション k 回目の対数尤度関数を表しており以下の式で求められる。

$$\ln(L(\theta)) = \sum_{j=1}^n \ln \left(\sum_{i=1}^m d_i \phi(z_j; \mu_{ij}, \sigma_i) \right) \quad (15)$$

以上の定式化は回帰式の数 m を仮定して推定を行う問題を対象としており、最適な m を求めることを考えるとさらにモデル選択のための方法が必要となる。モデル選択とは複数のモデル候補からデータに照らし合わせて適切なものを選ぶことであり、そのための指標としていくつかの情報量基準が提案されている。本問題でのモデル候補として m が1のものから複数のものまでを考えて情報量基準が最小となるモデル、すなわち m を選択する。情報量基準としてはAICあるいはBIC (BICはMDLとしても知られている)を用いる。

$$\text{AIC} = -2 \ln(L(\theta)) + 2n_h \quad (16)$$

$$\text{BIC} = -2 \ln(L(\theta)) + \ln(n)n_h \quad (17)$$

ここで、 n_h はハイパーパラメタの数であり、最適化の対象となるパラメタの数である。